Spektrometrie und Dosimetrie schneller Neutronen in einem wassergefüllten Phantom

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Philipps-Universität Marburg/Lahn

Vorgelegt von

Dieter Piroth

aus Altlay

Marburg/Lahn 1968

E. Symon · Offset-Druck · 355 Marburg/L. · Friedrichsstr. 3

Spektrometrie und Dosimetrie schneller Neutronen in einem wassergefüllten Phantom

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Philipps-Universität Marburg/Lahn

Vorgelegt von

Dieter Piroth

aus Altlay

Marburg/Lahn 1968

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Philipps-Universität Marburg/Lahn als

Dissertation angenommen am 14.5.1968

Tag der mündlichen Prüfung am 18.5.1968

Berichterstatter: Prof. Dr. Walcher

Mitberichterstatter: Prof. Dr. Graul

Inhaltsübersicht

		Seite:
	Problemstellung	3
A	Spektrometrie mit Festkörperdetektoren	1o
I	Aufbau und Wirkungsweise von Halbleiterdetektoren	1o
II	Der Einsatz von Festkörperdetektoren zur Spektrometrie schneller Neutronen	17
B	Spektrometrie und Dosimetrie mit Hilfe von Aktivierungen	49
I	Die Notwendigkeit des Einsatzes von Aktivierungsdetektoren	49
II	Auswahl und Herstellung der Detektoren	5o
III	Versuchsanordnung, Meßverfahren und Normierung der Meßwerte.	54
IV	Mathematische Auswertung der Meßergebnisse	65
	a) Rückblick auf bekannte Auswertemethoden aus der Literatur	65
	b) Zerlegung der Integralgleichung in ein System linearer Gleichungen	81
	c) Darstellung der Energieverteilungen durch Linearkombination eines Systems linearunabhängiger Funktionen	12o
	d) Approximation der Neutronenenergieverteilungen durch eine Linearkombination orthonormaler Funktionen	145
C	Bestimmung der Flußdichte thermischer bis langsamer Neutronen durch Messungen mit einem Miniatur-BF_3-Zählrohr.	172
D	Abschließende Diskussion der Ergebnisse	194

P r o b l e m s t e l l u n g

Die Einwirkung schneller Neutronen auf biologisches Gewebe ist zwar insofern im physikalischen Sinne weitgehend bekannt, als man weiß, welche nuklearen Prozesse bei einer definierten Neutronenenergie mit den im Gewebe vorkommenden Atomen eintreten. Voraussetzung für die quantitative Abschätzung der Art und der Gesamtwirkung der im einzelnen bekannten Kernreaktionen ist aber die Kenntnis der Energieverteilung schneller Neutronen innerhalb eines bestrahlten Körpers.

Generell muß man beim Studium der Wechselwirkungen schneller Neutronen mit den Atomen des bestrahlten Körpers zwei Fälle unterscheiden, nämlich einerseits Körper, deren Ausdehnung so klein ist, daß eine registrierbare Veränderung des Strahlenfeldes nicht eintritt und andererseits Objekte, in deren Medium eine meßbare Veränderung des Strahlenfeldes festgestellt werden kann.

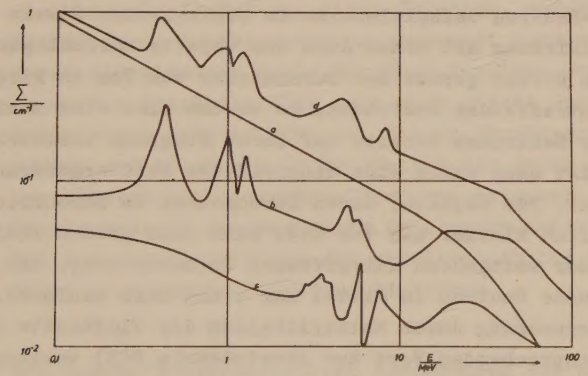


Abb. 1:
Verlauf der makroskopischen Wirkungsquerschnitte im Gewebe für den elastischen Stoß mit Wasserstoff (a), mit Sauerstoff (b), mit Kohlestoff (c) und für alle zusammen (d).

Die Unterscheidung, ob ein Körper als klein in obigem Sinne oder als groß zu gelten hat, hängt prinzipiell von der primären Neutronenenergie ab; denn mit wachsender Energie nimmt die Summe der makroskopischen Wirkungsquerschnitte $N_i \sigma_i$ für alle möglichen Wechselwirkungen biologischen Materials der Sorte i mit schnellen Neutronen ab (Kurve d in Abb. 1). Das heißt aber auch, daß die mittlere freie Weglänge

$$\sum_{i-1}^{K} 1/N_i \sigma_i$$

mit der Energie zunimmt (K ist die Zahl der im Gewebe vorhandenen Elemente).

Nach Abbildung 1 findet man eine mittlere freie Weglänge von 9cm; das ist also die Strecke, die jedes 2,7-te 14 MeV-Neutron beispielsweise im biologischen Gewebe ohne Wechselwirkung mit einem Atom des Objekts zurücklegen kann. Hat ein Körper gerade den Durchmesser von 9cm in Richtung der eintreffenden Neutronen, so werden also etwa zwei Drittel der Neutronen bereits auf ihrer Flugbahn beeinträchtigt. Damit ist aber schon eine eingreifende Feldveränderung eingetreten. Für Objekte, deren Durchmesser in Strahlrichtung wesentlich kleiner als 9cm ist, kann ohne großen Fehler unter der weitgehend zutreffenden Voraussetzung, daß jedes anstoßende Neutron im Mittel nur einen Stoß ausführt, eine Dosisberechnung durch Multiplikation der Flußdichte f(E) mit dem entsprechenden Wert der Einstoßdosis D(E) vorgenommen werden.

Die Einstoßdosis (First-Collision-Dose) gibt den mittleren Dosiswert an, den ein Neutron bestimmter Energie an einen Körper bekannter atomarer Struktur unter Berücksichtigung der einzelnen Wirkungsquerschnitte und der durch Kernreaktionen freigesetzten Energie sekundärer Strahlung überträgt. Die Zahlenangaben erfolgen gewöhnlich in rad je Neutron je cm^2 und MeV.

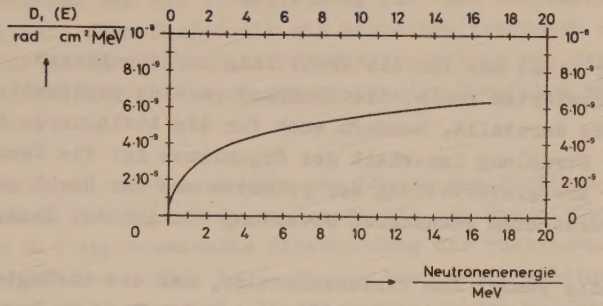


Abb. 2:
Verlauf der Einstoßdosis
(First-Collision-Dose)

Die maximale Ausdehnung eines Objektes, auf das die eben beschriebene Dosisberechnung angewandt werden kann, war durch die mittlere freie Weglänge bestimmt worden; demgegenüber existiert aber auch eine untere Grenze für die Größe eines solchen Körpers, dessen Durchmesser D nämlich größer als die maximale Reichweite der durch die Neutronen ausgelösten ionisierenden Strahlung sein muß. Zwischen dem Durchmesser D, der maximalen Reichweite ionisierender Sekundärstrahlung R und der mittleren freien Weglänge λ muß also folgende Beziehung bestehen:

$$R \ll D \ll \lambda \qquad (1)$$

Die soeben herausgestellten Forderungen für die Dosisberechnung an kleinen Körpern vom Durchmesser D deuteten schon an, daß bei 14 MeV-Neutronen am größeren Objekt, also etwa von einem Durchmesser D = ?cm an, die Veränderung des Neutronenfeldes bei der Dosisberechnung in Betracht gezogen werden muß.

Aber nicht nur für die Ermittlung der vom Körper absorbierten Dosis, die zunächst ja eine physikalische Größe darstellt, sondern auch für die biologische Wirkung der Strahlung innerhalb des Organismus ist die Kenntnis der Energieverteilung der primären und der durch sie verursachten sekundären Strahlung von größter Bedeutung.

Häufig genügt dem Wissenschaftler, der die biologische Auswirkung der strahleninduzierten Vorgänge am lebenden Organismus untersucht, oder dem Mediziner, der sich der Strahlentherapie oder -diagnostik bedienen möchte, eine Angabe über die biologische Wirksamkeit der interessierenden Kernstrahlung im Vergleich zu den Effekten, die bei gleicher physikalischer Dosis der 200 kV-Röntgen- oder der ^{60}Co-γ-Strahlung im Organismus auftreten.

Hier soll nun das Problem der Dosimetrie und Spektrometrie schneller Neutronen innerhalb eines Phantoms behandelt werden, das in seiner atomaren Struktur und seiner Größe dem Torso des sogenannten Standardmenschen entspricht. Das Ziel der Untersuchungen ist die Ermittlung der bestmöglichen Information (unter den gegebenen Bedingungen) über das Verhalten von primären 14-15 MeV Neutronen und über die an den bestrahlten Körper übertragene Energie.

Diese Untersuchungen sind von fundamentaler Wichtigkeit für die Ermittlung des sogenannten R B W - Faktors, der entsprechend folgender Gleichung definiert ist:

$$R\,B\,W = \frac{\text{Dosis der Vergleichsstrahlung}}{\text{Dosis der Neutronen}} \qquad (2)$$

Die Dosisangaben in Gleichung 2 beziehen sich auf die gleiche biologische Wirkung.

Ausserdem muß als Voraussetzung für eine eventuelle Therapie oder Diagnostik mit schnellen Neutronen eine vollständige Klärung der Energieverteilung und der Tiefendosis in Körpern entsprechender Dimension erbracht werden.

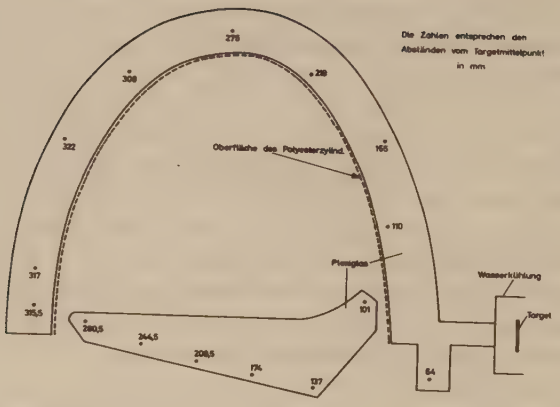
Prinzipiell sind zwei Wege zur Lösung des Problems denkbar, nämlich die theoretische Berechnung der Energieverteilung und die experimentelle Untersuchung der vorliegenden Verhältnisse. Eine theoretische Bestimmung scheidet in diesem Fall aber aus, da den morphologisch unterschiedlichen Verhältnissen, wie sie durch die Individualität biologischer Organismen gegeben sind, auf theoretischem Wege nicht Rechnung getragen werden kann.

Es bleibt also nur der Weg über das Experiment, obwohl sich hier ebenfalls eine generelle Problematik bietet, denn die ideale Messung der Neutronenenergieverteilung muß natürlich innerhalb des Organismus ausgeführt werden. Ob dieser Forderung jemals entsprochen werden kann, ist heute noch nicht abzusehen.

Auf jeden Fall standen die im folgenden zu beschreibenden Untersuchungen unter dem Aspekt, Meßmethoden auszuarbeiten, die nach Möglichkeit auch den Anforderungen einer Messung nach Implantation des Detektors genügen.

Als Neutronenquelle stand hier ein Van de Graaf-Generator der Firma High Voltage Engineering Corporation zur Verfügung, der maximal 400 kV bei einer Stromdichte von 150 µA erzeugt.

Es wurde die $T(d,n)^4He$-Reaktion zur Gewinnung von Neutronen mit Energien von 13 bis 15,6 MeV ausgenutzt. Bei frischem Target resultierte eine Quellstärke von etwa 10^{10} sec^{-1}.



Die Zahlen 64,101,137,174,209.5,244.5,280.5,315.5, 110,155,219,275,308,322 und 317 entsprechen in gleicher Reihenfolge den Positionen 1 - 15

Abb. 3:
Bestrahlungspositionen innerhalb und ausserhalb des elliptischen Phantoms in der horizontalen Targetebene.

Ausgeführt wurden die Versuche an einem Phantom, das in Form eines wassergefüllten Polyesterzylinders von elliptischem Querschnitt mit 20cm und 36cm in den Halbachsen und 60cm Höhe angefertigt worden war. Die Füllung des Zylinders mit Wasser war hier durchaus statthaft, da die Wechselwirkungen biologischen Gewebes gegenüber schnellen Neutronen denen im Wasser sehr ähnlich sind; denn sowohl im Gewebe als auch im Wasser liegen je cm^3 etwa doppelt so viele Wasserstoff- wie Sauerstoffatome vor.

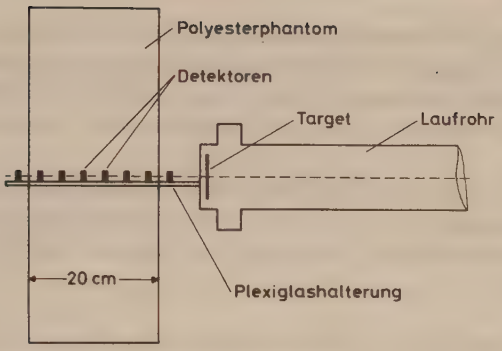


Abb. 4:
Schematische Skizze der Versuchsanordnung. An den Positionen der Detektoren wurde auch der Silizium-grenzschichtzähler bestrahlt. Schnitt in senkrechter Ebene durch die Neutronenlaufrohrachse.

Alle anderen Atome können zahlenmäßig und auch wegen ihres relativ kleinen Wirkungsquerschnittes gegenüber 14-MeV-Neutronen vernachlässigt werden.

Die Abb. 3 zeigt einen Querschnitt durch das Phantom und die Plexiglashalterung, auf der die Messungen durchgeführt wurden, in Höhe des Targets.

A Spektrometrie mit Festkörperdetektoren

I Aufbau und Wirkungsweise von Halbleiterdetektoren.

Eine der vielversprechendsten und heute schon unersetzlichen Methoden kernphysikalischer Meßtechnik besteht in der Möglichkeit qualitative und quantitative Messungen nuklearer Teilchen mit Festkörperzählern durchzuführen.

Das Prinzip solcher Halbleiterdetektoren beruht auf der Tatsache, daß in Kristallen unter bestimmten Umständen Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband gelangen können.

Grundsätzlich sind in Kristallen verschiedene Möglichkeiten der elektrischen Leitung gegeben: Elektrische Leitung liegt immer vor, wenn der Kristall aus Atomen mit nur einem Valenzelektron besteht, da dann jedes Elektron nach dem Pauli-Prinzip noch durch Umkehrung seines Spins Energie aufnehmen kann.

Elektrische Leitung liegt ferner immer vor, wenn das Valenz- und das Leitfähigkeitsband sich überlappen. Liegt zwischen Valenz- und Leitfähigkeitsband eine Energiedifferenz, die kleiner als die thermische Energie der Elektronen ist, so kann bei genügender thermischer Anregung der Elektronen Leitfähigkeit erreicht werden. Man spricht dann von Eigenhalbleitern. Liegt aber zwischen den beiden zur Diskussion stehenden Bändern eine Energiedifferenz, die durch thermische Elektronenanregung nicht übertroffen werden kann, so spricht man von einem Isolator.

Von den eben genannten Fällen kann nur einer zu den Halbleitern gezählt werden, nämlich der Fall, bei dem Valenzband und Leitfähigkeitsband durch eine relativ geringe Energiedifferenz getrennt sind. Ein Kristall, der diesen Bedingungen unterliegt, wird am absoluten Temperaturnullpunkt völlig isolieren, während er mit zunehmender

Temperatur eine wachsende Elektronenleitung zeigt.

Mit den bisher besprochenen Kristallen, die mit idealer Gitterstruktur angenommen wurden, ist noch keine Messung nuklearer Teilchen möglich. Nun gibt es aber den idealen Kristall nicht; vielmehr weist jeder reale Festkörper sogenannte Gitterfehlstellen auf; das sind atomare Unregelmäßigkeiten, Gitterleerstellen, Zwischengitterionen oder Atome anderer, meist den Gitterbausteinen sehr ähnlicher Struktur. Die Dichte solcher Fehlstellen ist stark temperaturabhängig. Das folgt unmittelbar aus dem Entropiesatz.

Da die Fehlstellenhäufigkeit eines Kristalls sehr wesentlich seine Eigenschaften beeinflußt, ist also seine thermische Vorbehandlung von großer Bedeutung.

Prinzipiell unterscheidet man zwei Arten von Fehlstellen. Einmal können Gitterionen aus ihrer normalen Position - entsprechend einem Potentialminimum - auf sogenannte Zwischengitterplätze gelangen, was zu einer Deformation der charakteristischen Gitterstruktur führt, und zum anderen können sowohl positive als auch negative Gitterionen an die Oberfläche wandern, wodurch Gitterleerstellen entstehen. Im ersten Fall spricht man von dem Frenkel-Defekt und im zweiten Fall von einem Schottky-Defekt.

Beide Arten von Fehlstellen sind für das Verhalten der Kristalle im elektrischen Feld von großer Bedeutung, denn sie ermöglichen eine viel größere Beweglichkeit der Gitterelemente. Es kann nämlich durch Nachrücken in die Leerstellen eine Diffusion auftreten.

In der Praxis züchtet man Kristalle, in die künstlich

Fremdatome eingebaut werden, und erreicht dadurch bei geeigneter Wahl der Fremdatome, daß die Ionisierungsenergie dieser Fremdatome wesentlich niedriger als die der normalen Gitterbausteine ist.

Bei Einbau von Phosphor- oder Arsenatomen in einen Siliziumkristall wird eins der fünf Valenzelektronen des Phosphors nicht durch die normalen chemischen Bindungen in Anspruch genommen. Im Energiebändermodell können also die obersten Energiestände solcher D-Atome unter geeigneten Bedingungen nur um einige Zehntel eV unter dem normalerweise im Kristall unbesetzten Leitungsband liegen. Man spricht dann von Donator-Atomen oder von Kristallen im D-Zustand bzw. vom n -Halbleiter.

Umgekehrt ist es auch möglich, Atome mit geringerer Valenzelektronenzahl in den Kristall einzubauen. Dann entsteht ein Elektronenloch, das bei ausreichender Anregung der übrigen Valenzelektronen gefüllt werden kann; dadurch beginnt das Elektronenloch zu wandern. Die Energiezustände solcher Akzeptoratome müssen natürlich dicht (einige Zehntel bis ein eV) über dem normalerweise besetzten Valenzband liegen. Das oben beschriebene Elektronenloch verhält sich im elektrischen Feld ähnlich wie ein positives Elektron; man nennt es wegen seiner Entstehungsursache Defektelektron und spricht von einem p-Halbleiter.

Beim n - Halbleiter leiten nur die vom Donator stammenden, durch Anregung in das Leitungsband gebrachten Elektronen, während die zugehörigen Elektronenlöcher im Donator lokalisiert bleiben.

Dagegen sind beim p-Halbleiter die durch Anregung an den Akzeptor gebundenen Elektronen aus dem Valenzband nicht beweglich. Hier wird die Leitfähigkeit durch die Beweglichkeit der Defektelektronen im Valenzband erreicht.

Beim Eigenhalbleiter beruht die elektronische Leitung auf der Bewegungsfähigkeit der durch Anregung ins Leitungsband gelangten Elektronen und der ins Valenzband wandernden Defektelektronen.

Es ist einer der beachtlichsten Fortschritte der Kernphysik in den letzten 10 Jahren, daß es gelang, die eben skizzierten Eigenschaften gewisser Kristalle für den Nachweis der Kernstrahlungsteilchen nutzbar zu machen.

Bringt man einen der oben beschriebenen Kristalle, der unter Normalbedingungen nicht leitet, in ein elektrisches Feld und setzt ihn einer Kernstrahlung mit genügend hoher Ionisationsdichte aus, so können Elektronoder Defektelektronen, die durch das nukleare Teilchen angeregt wurden, den Kristall für eine kurze Zeit leitend machen. Es zeigt sich jedoch, daß die am Kristall gemessene Impulsamplitude mit zunehmender Bestrahlungsdauer abnimmt, da sich immer mehr elektrische Nachwirkungseffekte von Ladungsträgern bemerkbar machen, die im Kristall zurückbleiben.

Wesentlich besser eignen sich Halbleiterkombinationen aus n- und p-leitenden Schichten von Kristallen aus Germanium, Silizium usw.

Im Falle solcher Halbleiterkombinationen diffundieren Elektronen aus dem n-Leiter und Defektelektronen aus dem p - Leiter. Dabei reichert sich also der n - Leiter mit Defektelektronen an, während der p - Leiter an der Grenzfläche mit Elektronen bevölkert wird.

Dieser Vorgang führt zur Bildung einer positiven Raumladung im n - Leiter und umgekehrt; die Raumladungen vergrößern sich solange bis die Kontaktpotentialdifferenz dem

Diffusionsbestreben das Gleichgewicht hält. Somit ist also die Größe der Kontaktpotentialdifferenz für die Zahl der in die Grenzschicht diffundierenden Ladungsträger entscheidend. Legt man nun eine Spannung an die Halbleiterkombination derart, daß die Kontakt-potentialdifferenz vergrößert wird, so verringert sich die Zahl der in das p - Gebiet gewanderten Elektronen, und ebenso findet man weniger Defektelektronen im n - Gebiet. Steigert man die äussere Spannung weit genug, so kommt es zur weitgehenden Verarmung an Ladungsträgern im Grenzgebiet, das nun praktisch nicht mehr leiten kann, und das deshalb Sperrgebiet oder Sperrschicht genannt wird.

Natürlich fließt auch in der Sperrschicht noch ein geringer Strom, der sogenannte Sperrstrom, der aber bei einer guten Halbleiterkombination besonders klein ist.

Insbesondere müssen die Fluktuationen dieses Sperrstromes klein sein im Verhältnis zu den Impulsen, die von der zu untersuchenden Kernstrahlung im Sperrgebiet ausgelöst werden. Gelangt nämlich ein nukleares Teilchen, dessen Reichweite kleiner ist als der Durchmesser der Sperrschicht, in diese Verarmungszone, so werden durch Ionisation freigesetzte Ladungsträger auf Grund der äußeren Spannung aus der Verarmungszone beschleunigt, was zu einem kurzzeitigen Absinken der am Detektor liegenden Spannung führt. Das ist gleichbedeutend mit einem Impuls am Arbeitswiderstand der Meßanordnung.

In der kernphysikalischen Meßtechnik unterscheidet man zwei Typen von Festkörperdetektoren, je nachdem wie die Verarmungszone erzeugt wurde, nämlich sogenannte gedriftete Detektoren und Oberflächensperrschichtzähler.

Die gedrifteten Zähler entstehen durch Eindiffusion eines Fremdatoms in den Kristall, meistens Li in Germanium oder Silizium. Dadurch entsteht, wenn der Kristall ein Akzeptor oder das Fremdatom ein Donator ist, ein pn-Übergang. Durch Anlegen einer Spannung von geeigneter Polarität wandern die Zwischengitterdonatoren von der n - Seite auf die p - Seite und kompensieren dort die negative Ladung der Akzeptoren. Durch dieses Auseinanderziehen des pn - Übergangsgebietes entsteht eine Zone nahezu konstanter Feldstärke im Kristall. Dieses Gebiet wird i - Zone genannt, und man spricht von einer p-i-n-Struktur.

Demgegenüber bestehen die Oberflächensperrschichtzähler meistens aus Kristallen vom n - Typ (Silizium oder Germanium), an denen durch Oberflächeneffekte (Oxydation, Aufdampfung dünner Schichten usw.) eine Zone entsteht, die die Eigenschaften einer p - Dotierung aufweist.

Die Herstellung des Detektors verläuft dann analog zu der oben besprochenen Präparierung der p-i-n-Detektoren. Der Oberflächensperrschichtzähler hat gegenüber dem gedrifteten Detektor den Vorteil, daß seine empfindliche Zone, die Verarmungszone, besonders nahe an der Oberfläche liegt, so daß Kernstrahlung geringer Reichweite leichter das Zählgebiet erreicht als im Falle der gedrifteten Kristalle.

Der Nachteil des Oberflächensperrschichtzählers liegt in der relativ geringen Dicke seines empfindlichen Volumens, die bis etwa 2 mm betragen kann, während die Verarmungszone des gedrifteten Zählers heute bis etwa 10 mm erreicht, wobei das Auflösungsvermögen eines solchen Kristalls für 6 MeV- α-Teilchen beispielsweise 0,0025 beträgt, während es beim Oberflächensperrschichtzähler mit 0,0018 doch sichtlich besser ist.

In jedem Fall ist aber das Auflösungsvermögen eines Halbleiterdetektors wesentlich günstiger als das eines Szintillations- oder Gaszählers; denn das Verhältnis von Signal zu Rauschen liegt beim Festkörperdetektor um einen Faktor 10 höher als beispielsweise beim Gaszähler, da im Kristall 3,5 eV zur Bildung eines Elektronen-Loch-Paares benötigt werden, während in Luft 34,5 eV zur Freisetzung eines Ionenpaares aufgebracht werden müssen. Damit ergibt sich eine Verbesserung des Auflösungsvermögens um einen Faktor $\sqrt{10}$.

A II Der Einsatz von Festkörperzählern zur Spektrometrie schneller Neutronen.

Aus den oben besprochenen allgemeinen Eigenschaften der Festkörperdetektoren lassen sich leicht ihre großen Vorzüge für den Nachweis und die Energiebestimmung von Kernstrahlung ableiten. Einer der wesentlichsten Gesichtspunkte, die im Zusammenhang mit dem vorliegenden Problem der Spektrometrie und Dosimetrie schneller Neutronen innerhalb eines streuenden Mediums zur Verwendung solcher Detektoren geführt haben, ist ihr relativ geringes Volumen; denn die anstehenden Untersuchungen sollten in einem Körper durchgeführt werden, der die Maße des menschlichen Rumpfes aufweist. Durch die Festlegung des zu untersuchenden Objektes fallen die meisten der bekannten Verfahren zur Energiebestimmung schneller Neutronen aus, da die Szintillationsspektrometer und die Gaszähler für Messungen innerhalb eines Körpers von nur 20-30cm Durchmesser viel zu groß sind. Dazu kommt, daß es auch mit Szintillationskristallen und mit ^{3}He-Zählrohren kaum gelingt, Neutronenenergien von mehr als 8-10 MeV mit ausreichender Genauigkeit festzustellen. Andere Techniken, die auf der Flugzeitmessung oder auf der Energiebestimmung von Rückstoßprotonen in Kernspuremulsionen beruhen, können innerhalb eines streuenden Mediums nicht angewandt werden.

Dagegen boten sich sogenannte "Sandwich-Counter" an, die aus zwei parallel zueinander angeordneten Oberflächensperrschichtdetektoren bestehen, zwischen denen eine dünne Schicht eines Konvertermaterials angebracht ist. Das Konvertermaterial besteht hier aus ^{6}LiF, wobei die

$^{6}Li(n,\alpha)$ T - Kernreaktion zum Nachweis der Neutronen ausgenutzt werden soll. Da ausserdem die beiden Halbleiter in Koinzidenz betrieben werden, und da durch Summation der Impulse, die durch das Tritium- und das α - Teilchen in den beiden Kristallen gleichzeitig ausgelöst werden, eine Registrierung der gesamten kinetischen Energie der Sekundärprodukte möglich ist, gestattet dieses Verfahren unter Berücksichtigung der exothermen Reaktionsenergie von 4,8 MeV eine Energiebestimmung des einfallenden Neutrons.

Auf dem gleichen Prinzip beruht das Meßverfahren eines anderen Detektors, bei dem anstelle des ^{6}LiF ^{3}He mit beliebigem Druck zwischen die beiden Halbleiter gebracht werden kann. Hier wird die $^{3}He(n,p)$ T - Kernreaktion zur Energiebestimmung der Neutronen ausgenutzt.

Der Verwendbarkeit der beiden Detektoren zur Spektrometrie von 14-MeV-Neutronen stehen nun mehrere Schwierigkeiten entgegen.

So weisen die Wirkungsquerschnitte der beiden genannten Prozesse zwar sehr große Werte im Bereich thermischer und langsamer Neutronen auf, aber oberhalb 10 MeV verschwinden sie nahezu. So wird der Wirkungsquerschnitt für die $^{6}Li(n,\alpha)$ T-Reaktion bei 14 MeV mit etwa 25 mb angegeben, während er im Falle des $^{3}He(n,p)$ T - Prozesses immerhin noch etwa 100 mb aufweist.

Im Falle der ^{3}He (n,p)-Kernreaktion erreichen jedoch die durch 14 MeV-Neutronen ausgelösten Protonen Reichweiten,

die mit maximal 1,3 mm wesentlich über die Dicke der Verarmungszone von etwa 350 µm hinausgehen, so daß dieser Detektor zur Spektrometrie von 14-MeV-Neutronen nicht herangezogen werden kann.

Die bei der ^{6}Li (n,α) T-Reaktion entstehenden Sekundärteilchen erreichen maximal nur Reichweiten, die noch zur vollständigen Absorption des Tritiums bzw. des α-Teilchens ausreichen.

Trotzdem scheiterte der Versuch, eine Neutronenspektrometrie nach diesem Prinzip zu betreiben, weil der Wirkungsquerschnitt mit 25 mb zwar nicht zu gering ist, um schnelle Neutronen noch nachweisen zu können, sondern weil die Gesamtzahl der neutroneninduzierten Kernreaktionen im empfindlichen Volumen des Siliziums selbst die relativ geringe Anzahl von Kernreaktionen mit dem ^{6}Li weit übersteigt.

Die Belegung des Zwischenraumes zwischen den beiden Halbleitern mit Lithiumfluorid wurde bei dem uns zur Verfügung stehenden Detektorsystem mit 150 µg/cm^2 angegeben. Der Gehalt an ^{6}Li im Gesamtlithiumanteil wurde mit 96% beziffert und die wirksame Fläche der ^{6}LiF-Schicht betrug 240mm^2.

Damit errechnet man eine Gesamtzahl von 4.10^{18} ^{6}Li-Atomen im Konverter. Bei einer Targetquellstärke von 10^{9} sec^{-1} ergibt das eine maximale Zählrate von 4,8 Impulsen je Minute in 10cm Entfernung vom Target.

Dieser Zahl von 4,8 Impulsen je Minute stehen $4,2.10^{5}$ Impulse in der gleichen Zeit gegenüber, die bei der Bildung der ersten 6 Anregungszustände und des Grundzustandes des ^{25}Mg entsprechend der Reaktion ^{28}Si(n,α) ^{25}Mg und die durch die Produktion der verschiedenen Anregungszustände und des Grundzustandes des ^{28}Al im ^{28}Si(n,p)-Prozess verursacht werden.

Im empfindlichen Volumen des Siliziums selbst finden aber noch weit mehr Kernreaktionen der schnellen Neutronen mit den verschiedenen Isotopen des Siliziums statt, für deren Wirkungsquerschnitte aber noch keine quantitativen Angaben vorliegen.

Die Tabelle 1 zeigt die bekanntesten der im Silizium stattfindenden Kernprozesse.

Tabelle 1:

Nr.	Target-isotop	Reaktion	Endkern	Reaktions-energie	Häufigkeit des Targetisotops
1	^{28}Si	n,α	^{25}Mg	-2,66 MeV	0,9217
2	^{28}Si	n,p	^{28}Al	-3,86 "	0,9217
3	^{29}Si	n,α	^{26}Mg	-0,02 "	0,0471
4	^{29}Si	n,p	^{29}Al	-3 "	0,0471
5	^{28}Si	n,d	^{27}Al	-9,36 "	0,9217
6	^{28}Si	n,np	^{27}Al	-11,59 "	0,9217
7	^{28}Si	n,t	^{26}Al	-16,5 "	0,9217
8	^{28}Si	n,nα	^{24}Mg	-9,99 "	0,9217
9	^{28}Si	n,^{3}He	^{26}Mg	-12,12 "	0,9217

Alle Endkerne der Tabelle kommen in mehreren Anregungszuständen vor, so daß der Störeinfluß der aufgeführten

Kernprozesse von den Wirkunsquerschnitten für die Bildung der einzelnen Niveaus und von der Häufigkeit des Targetisotopes in elementarem Silizium abhängt.

Anhand der Tabelle (1) läßt sich nun feststellen, daß auf Grund des großen Prozentsatzes an ^{28}Si und unter Berücksichtigung der hohen Schwellen für die Reaktionen 5 bis 9 in der Praxis hauptsächlich der ^{28}Si (n,α)- und der ^{28}Si (n,p)-Prozess eine Energie-Bestimmung der Neutronen mit Hilfe der ^{6}Li(n,α)-Reaktion im Energieintervall von 5 bis 16 MeV stören.

Berücksichtigt man ausserdem, daß die in der ^{28}Si(n,p)-Reaktion entstehenden Protonen bei einer Neutronenenergie von 14 MeV ebenfalls hochenergetisch sein müssen,so daß sie in der empfindlichen Zone des Halbleiters nicht vollständig absorbiert werden, so bleibt nur noch die ^{29}Si(n,α)-Reaktion als Störprozess im oberen Energiebereich.

Unter Einbeziehung des Impuls- und Energieerhaltungssatzes findet man folgende Gleichung für die Berechnung der Protonen bzw. α-Teilchen-Energie

$$E_s = E \frac{m_g\, m_s}{(m + m_r)^2} \left\{ 2\cos^2\sqrt{} + \frac{m_r(m_r+m_s)}{m \cdot m_s} \left[\frac{Q}{E} + \left(1 - \frac{m_g}{m_r}\right)\right] \pm 2\cos\sqrt{} \cdot \sqrt{\cos^2\sqrt{} + \frac{m_r\,(m_r + m_s)}{m\, m_s} \left[\frac{Q}{E} + \left(1 - \frac{m}{m_r}\right)\right]} \right\}$$

Dabei ist E und m Energie und Masse des auftreffenden Neutrons, E_s und m_s Energie und Masse des Sekundärteilchens, m_r die Masse des Restkernes, $\sqrt{}$ der Emissionswinkel des Sekundärteilchens gegenüber der Richtung des Neutrons und Q die Reaktionsenergie.

Für die Protonen des ^{28}Si(n,p)-Prozesses errechnet man bei $\sqrt{} = 0^\circ$ eine Energie von 10,15 MeV, während für $\sqrt{} = 180^\circ$ 7,8 MeV resultieren.

Die α-Teilchen weisen bei Emission unter 0° eine Energie von 11 MeV auf, während sie nach Emission unter 180° eine kinetische Energie von 7,8 MeV besitzen.

Die Anwendung des beschriebenen Meßsystems wird aber noch durch einen anderen Effekt behindert: Durch die zahlreichen Kernreaktionen innerhalb des Siliziumkristalles erfährt der Halbleiter in zunehmendem Maße eine atomare Strukturveränderung. Der wichtigste Prozess, durch den Kernreaktionen einen permanenten Schaden anrichten, liegt in der Verschiebung von Atomen aus der Gitterstruktur. Dadurch entstehen Leerstellen und Zwischengitteratome, sogenannte Frenkel-Defekte.

Da das von seinem Platz gestoßene Siliziumion maximal 1/7,5 der Energie des auftreffenden Neutrons übernehmen kann, treten in einem mit 15 MeV-Neutronen bestrahlten Kristall Silizium-Ionen mit Energien zwischen 0 und 2,0 MeV auf, die ihrerseits Ionisationen und Verschiebungen weiterer Silizium-Atome hervorrufen. Wegen der geringen Reichweite der entstehenden Ionen werden nur kleine Volumina sehr intensiv geschädigt; denn die Energie, die zur Verschiebung eines Atoms aus seiner normalen Gitterposition benötigt wird, beträgt nur 25 eV.

Die Frenkel-Defekte können zu Zusammenballungen von Leerstellen oder mit Fremdatomen führen, deren Valenzelektronen weiter als normal vom Leitfähigkeitsband entfernt sind. Damit gehen dem Kristall Ladungsträger verloren oder die Lebensdauer der freien Ladungsträger wird verkürzt.

Das bewirkt eine Erhöhung des Widerstandes und eine uneinheitliche Sammelzeit der Ladungsträger, was zu einer Beeinträchtigung des Auflösungsvermögens und der Impulsamplitude führt.

Für den hier eingesetzten Oberflächensperrschichtzähler NSB 14 der Firma Ortec wurde vom Hersteller eine Fluenz von $3{,}5 \cdot 10^{11}$ Neutronen je cm^2 angegeben, die zu offensichtlichen Störungen des Detektors führen soll.

Aber nicht nur die schnelle Zerstörung des Detektors durch eine relativ geringe Zahl von Neutronen sondern auch das ungünstige Verhältnis der im Konverter stattfindenden Kernprozesse und der Zahl der ^{28}Si (n,α)-Kernreaktionen verhindert den Einsatz des "Sandwich-Systems" als Spektrometer für 14 MeV-Neutronen.

Das empfindliche Volumen jedes der beiden Halbleiter enthält $3{,}96 \cdot 10^{21}$ ^{28}Si-Atome. Mit einem Wirkungsquerschnitt von 96 mb für die ^{28}Si(n,α)-Reaktion berechnet man eine Empfindlichkeit des Halbleiters von $3{,}72 \cdot 10^{-4}$ cm^2 für den genannten Kernprozess.

Bei einer Quellstärke von $1{,}0^{10}$ sec^{-1} resultiert eine Neutronenflußdichte von $4{,}78.10^{6}$ cm^{-2} min^{-1} in 10cm Entfernung vom Target. An dieser Stelle registriert jeder der beiden Halbleiter $2{,}95.10^{3}$ (n,α)-Prozesse je Sekunde im Silizium.

Die Zahl zufälliger Koinzidenzen K, die bei Verwendung einer Koinzidenzeinheit mit einer Auflösungszeit $\tau = 10^{-6}$ sec auftritt, berechnet sich dann entsprechend folgender Gleichung:

$$K = 2 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot \tau$$

Da die Zählraten der beiden Halbleiter, n_1 und n_2, gleich sind, vereinfacht sich die Gleichung zu

$$K = 2 \cdot n^2 \cdot \tau$$

Dabei ist n die Impulshäufigkeit eines der beiden Detektoren je Zeiteinheit.

Mit obigen Daten findet man eine minütliche Rate zufälliger Koinzidenzen K = 10,4 min^{-1}, die also die Impulsrate entsprechend der ^{6}Li(n,α) - Reaktion um mehr als das Doppelte übersteigt, so daß auch aus diesem Grunde eine sinnvolle Spektrometrie schneller Neutronen mit dem Sandwich-System nicht betrieben werden kann.

Nach den obigen Berechnungen registriert der Halbleitermeßkopf bei einer Neutronen-Flußdichte von $4{,}78.10^{7}\,cm^{-2}min^{-1}$ etwa 5 Impulse je Minute von der $^{6}Li(n,\alpha)$-Reaktion. Man benötigt also für 3500 Impulse eine Fluenz von $3{,}5.10^{10}\,cm^{-2}$. Das bedeutet, daß man mit einem solchen Detektor nur 10 Messungen unternehmen kann, so daß diese Meßtechnik für das vorliegende Problem der Bestimmung von Neutronenenergieverteilungen an und in einem größeren Körper völlig unbrauchbar ist.

Wenn es allerdings gelingt, dem sogenannten Störeffekt,nämlich den Kernreaktionen innerhalb des Siliziums eine Information über die Art und die Zahl der interessierenden Neutronen abzugewinnen, dann müßten auch mit dem beschriebenen Detektor spektrometrische Messungen möglich sein; denn es war ja oben schon gezeigt worden, daß einer Fluenz von 10^{7} Neutronen je cm^{2} etwa 10^{4} Kernreaktionen im Silizium gegenüberstehen. Die Abb. (5) zeigt das Impulshöhenspektrum, das bei Bestrahlung des "Sandwich Counters" an nur einem der beiden Kristalle gemessen wurde.

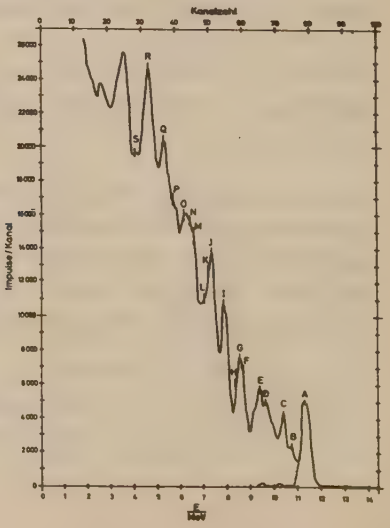


Abb. 5:
Unkorrigiertes Impulshöhenspektrum nach Bestrahlung unter 110^{o} zur Deuteronenstrahlrichtung. Die Buchstaben bezeichnen die Anregungsniveaus des ^{25}Mg-Kernes.

Man erkennt die große Zahl der Maxima, die mit Buchstaben bezeichnet sind. Jedem der Buchstaben entspricht eine diskrete Reaktionsenergie, die bei der Wechselwirkung eines Siliziumisotopes mit Neutronen der Energie 14 bis 14,25 MeV in Form kinetischer Energie des Endkernes und eines oder mehrerer Nukleonen frei wurde.

Die Tabelle 1 veranschaulicht, daß bis herunter zu 5 MeV praktisch nur die Reaktionen 1 bis 4 an der Bildung des Spektrums über 5 MeV beteiligt sein können. Aus der großen Zahl der Maxima muß deshalb geschlossen werden, daß die resultierenden Endkerne in verschiedenen Anregungszuständen vorgelegen haben müssen.

Die Tabelle 2 zeigt die ersten Anregungsniveaus für die in Tabelle 1 aufgeführten Endkerne. Die Zahlenangaben repräsentieren die Energiewerte in MeV.

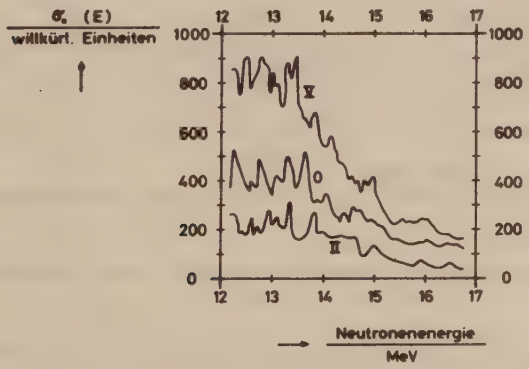


Abb. 6: Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte σ_α für die Bildung des Grundzustandes und des 2. und 5. Anregungszustandes des ^{25}Mg-Kernes von der Neutronenenergie.

Tabelle 2

Kern	^{26}Al	^{27}Al	^{28}Al	^{29}Al	^{24}Mg	^{25}Mg	^{26}Mg
E_1	0,23	0,843	0,031	1,28	1,368	0,58	1,83
E_2	0,42	1,01	0,97	2,03	4,122	0,98	2,97
E_3	1,05	2,23	1,01	2,43	4,224	1,61	3,97
E_4	1,75	2,75	1,37	3,07	5,3	1,96	4,35
E_5	1,85	3,04	1,62	3,62	6,2	2,56	4,92
E_6	2,07	3,37	2,14	4,08	7,5	2,74	
E_7	3,16	4,02		5,95	8,4	2,80	
E_8	4,55			6,10	9,3	3,4	
E_9				6,38		3,9	
E_{10}						4,5	
E_{11}						4,62	

Die Abbildungen (6) bis (8) zeigen die Wirkungsquerschnitte für die Bildung der einzelnen Anregungszustände des ^{25}Mg-Endkernes aus der ^{28}Si(n,α)-Reaktion. In unserem Falle wird nämlich praktisch das gesamte in Abb. (5) dargestellte Impulshöhenspektrum durch den (n,α)-Prozess am ^{28}Silizium hervorgerufen; denn die Dicke der Verarmungszone des Festkörperzählers beträgt nur 0,35mm. Eine solche Distanz entspricht der Reichweite eines 6 MeV-Protons.

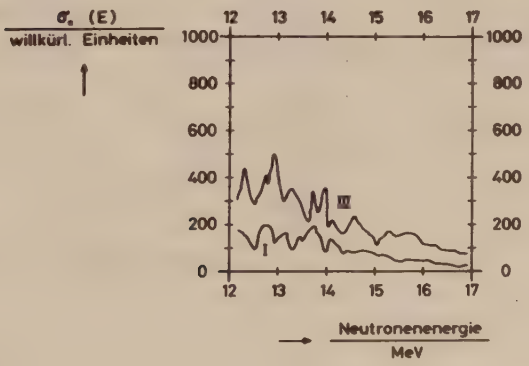


Abb. 7:
Wirkungsquerschnitte σ_α (E) für die Bildung des 1. und 3. Anregungszustandes des ^{25}Mg-Endkernes.

Das heißt, daß oberhalb 6 MeV kein Impulshöhenmaximum durch Protonen mehr im Spektrum verursacht werden kann. Bei 6 MeV liegt auch etwa die Grenze, von der an abwärts die Kernreaktionen 5 bis 9 in Tabelle 1 zum Spektrum beitragen.

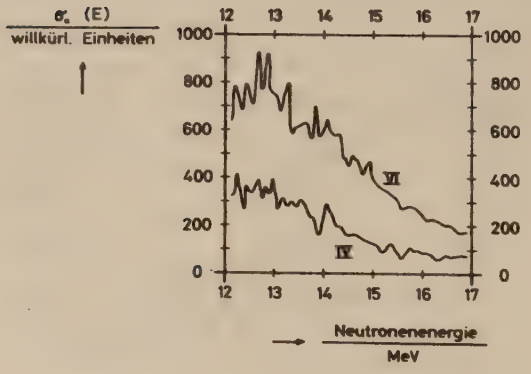


Abb. 8:
Wirkungsquerschnitte für die Bildung des 4. und 6. Anregungszustandes des ^{25}Mg-Kernes.

Jedes der Maxima in Abbildung 5 stellt praktisch die Energieverteilung der nahezu monoenergetischen 14 MeV-Neutronen dar, wenn man berücksichtigt, daß jedes Maximum um die endotherme Reaktionsenergie gegen 14,1 $\pm$ 0,25 MeV verschoben ist. Ausserdem geht bei den Kernreaktionen, deren Endkerne nicht im Grundzustand entstehen, noch die Anregungsenergie bei der Erzeugung des Spannungsimpulses im Kristall verloren, da der angeregte Kern durch Emission eines γ-Quants in den Grundzustand übergeht. Dieses γ-Quant durchdringt die empfindliche Zone des Halbleiters praktisch ungeschwacht, so daß dieser Teil der durch das Neutron auf den Zwischenkern übertragenen Energie dem Detektor nicht mitgeteilt wird.

Mit den in Tabelle 2 aufgeführten Werten der einzelnen Anregungszustände der Produktkerne läßt sich nun eine Energieeichung der Meßanordnung durchführen, wenn man die Lage der gemessenen Maxima in einem Diagramm gegen ihre Energie aufträgt.

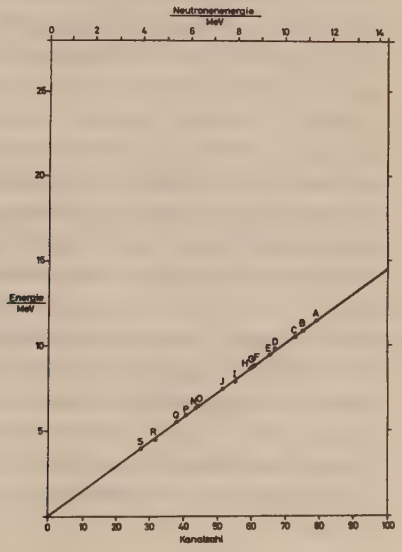


Abb.9:
Energieeichkurve des Siliziumgrenzschichtdetektors. Die Buchstaben sind mit den Markierungen in Abb. 5 identisch.

Abb. (9) demonstriert die ausgezeichnete Linearität der eingesetzten Meßanordnung. Eine gewisse Schwierigkeit könnte man bei der Energiezuordnung zu den verschiedenen Impulshöhenmaxima erwarten. Sie tritt jedoch effektiv nicht auf, wenn man berücksichtigt, daß - wie erwähnt - (n,p)-Prozesse zu der Entstehung des Spektrums über 6 MeV nicht beitragen können; und wenn man ausserdem in Betracht zieht, daß die $^{29}Si(n,\alpha)$-Reaktion infolge der geringen Häufigkeit des Isotopes ^{29}Si im Element keinen großen Einfluß auf das Meßergebnis nehmen kann, dann bleibt praktisch nur noch die $^{28}Si(n,\alpha)\,^{25}Mg$-Reaktion, die durch das gemessene Impulshöhenspektrum repräsentiert wird.

Den Beweis für diese Abschätzung liefert die Abb. (9), in der die Energiewerte der in Abb. (5) gemessenen Impulshöhenmaxima linear aufgetragen sind. Man sieht, daß alle mit Buchstaben bezeichneten Maxima der Abb. (5) auf einer Geraden liegen, womit bewiesen ist, daß das gesamte Spektrum durch die $^{28}Si(n,\alpha)^{25}Mg$-Reaktion verursacht wurde, da den Maxima nur Werte entsprechend den verschiedenen Anregungsniveaus des ^{25}Mg-Kernes zugeordnet wurden.

Es ist bereits darauf hingewiesen worden, daß jedes der Maxima die Energieverteilung der Neutronen wiederspiegelt. Zur Bestimmung der Neutronenenergie muß man natürlich den Anregungszustand des ^{25}Mg-Kernes kennen, durch den das interessierende Impulshöhenmaximum hervorgerufen wurde.

Das in Abb. (5) mit dem Buchstaben A bezeichnete Maximum ist natürlich besonders geeignet für die Bestimmung der Neutronenenergieverteilung, da es dem im Grundzustand gebildeten ^{25}Mg-Kern entspricht. Hier muß bei der Festlegung der zugehörigen Neutronenenergie lediglich die endotherme Reaktionsenergie von 2,66 MeV berücksichtigt werden.

$$W_A = 1{,}62 \cdot 10^{22} \cdot \sigma_c \qquad (68)$$

Dann ist die Wahrscheinlichkeit W_D für das Durchdringen der Abschirmung:

$$W_D = 1 - W_A \qquad (69)$$

Mit W_D läßt sich nun die Empfindlichkeit $\bar{E}_2$ für die Messung mit dem BF_3-Zählrohr innerhalb der Cadmium-Abschirmung berechnen:

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_o (1-W_A) = \bar{E}_o \cdot W_D \qquad (70)$$

$$\bar{E}_2 = 2{,}12 \cdot 10^{19} \cdot \sigma_B (1-1{,}62 \cdot 10^{22} \cdot \sigma_c) \qquad (71)$$

Die Empfindlichkeitskurve $\bar{E}_2$ ist ebenfalls in Abb.(80)-(b)- dargestellt.

Man erkennt in der Abbildung die scharfen Minima der Kurve b, die auf die Maxima des Absorptionswirkungsquerschnittes zurückzuführen sind. Das ausgeprägteste Minimum findet sich von 0,01 bis 0,5 eV. Die übrigen Minima erstrecken sich nur über geringe Energieintervalle. In jedem Fall aber bedeutet eine Zählempfindlichkeit von weniger als $10^{-8} cm^2$, daß praktisch keine Neutronen mehr mit Energien, die den Cadmiumabsorptionsresonanzen entsprechen, registriert werden. Selbst bei einer Flußdichte von $6 \cdot 10^8$ $min^{-1} cm^{-2}$ würde der abgeschirmte Zähler höchstens 6 Impulse je Minute registrieren.

Mit Hilfe der eben besprochenen Empfindlichkeit E_2 für die Messung mit Abschirmung kann man nun auch eine Empfindlichkeit E_3 für die Messung einer Zählratendifferenz zwischen Zählung mit und ohne Abschirmung berechnen:

$$E_3 = E_0 - E_2 \qquad (72)$$

$$E_3 = 2{,}12 \cdot 10^{19}\, \sigma_B - 2{,}12 \cdot 10^{19}\, \sigma_B\, (1 - 1{,}62 \cdot 10^{22}\, \sigma_c)$$

$$E_3 = 1{,}6 \cdot 10^{22}\, \sigma_c \cdot 2{,}12 \cdot 10^{19} \cdot \sigma_B$$

$$E_3 = 3{,}43 \cdot 10^{41}\, \sigma_c\, \sigma_B \qquad (73)$$

In Abb. (80) ist auch die Empfindlichkeitskurve für die Messung einer Zählratendifferenz (Kurve c) eingezeichnet. Man erkennt, daß die Kurve c an den Stellen praktisch mit Kurve a zusammenfällt, an denen die Resonanzen der Absorption im Cadmium auftreten. Man stellt aber auch fest, daß die Empfindlichkeit für die Messung einer Differenz ausser an den Resonanzstellen geringer ist als die einfache Empfindlichkeit des Zählers mit oder ohne Abschirmung.

Man beobachtet einen stärkeren Unterschied in der Empfindlichkeit gegenüber thermischen und schnellen Neutronen, wenn man nur die Differenz der Zählraten in Betracht zieht, und gerade dieser Effekt sollte erreicht werden.

Bei der zitierten Flußdichte von $10^8 \mathrm{min}^{-1}\mathrm{cm}^{-2}$ schneller Neutronen mit Energien über 700 KeV könnte also höchstens

Mit einem Wirkungsquerschnitt von 13 mbarn und dem empfindlichen Volumen von $0{,}84 cm^3$ in jedem der beiden Halbleiterkristalle errechnet man eine Empfindlichkeit des Detektors von $1{,}45.10^{-4} cm^2$ für die $^{28}Si(n,\alpha)^{25}Mg$-Reaktion, bei der der Grundzustand des ^{25}Mg-Isotopes gebildet wird. Damit übertrifft die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung der eben besprochenen Reaktion die des $^{6}Li(n,\alpha)$-Prozesses um etwa das 10^3-fache.

Wenn es also gelingt, die (n,α)-Kernreaktion im Silizium zum Neutronennachweis heranzuziehen, dann kann der Detektor auch für die große Zahl der Messungen zur Bestimmung der Tiefendosis verwandt werden.

Im Falle der monoenergetischen Neutronen bietet die Energiebestimmung keine großen Schwierigkeiten. Handelt es sich aber um ein breites Neutronenspektrum, so ruft jede Neutronenenergie am Halbleiter ein Impulshöhenspektrum der in Abb. 5 gezeigten Art hervor. Es werden sich also so viele Spektren überlagern wie Neutronenenergien vorhanden sind. Dabei wird jedes der Spektren entsprechend den Variationen der einzelnen Wirkungsquerschnitte für die Bildung der verschiedenen Anregungszustände des ^{25}Mg von anderer Form sein.

Kennt man aber den Verlauf eines jeden Wirkungsquerschnittes für die Entstehung der einzelnen Niveaus im Endkern, so ist es möglich, das gemessene Impulshöhenspektrum so zu korrigieren, daß die störenden Einflüße eliminiert werden, die durch die Existenz unterschiedlicher Energiezustände bei der Produktion des ^{25}Mg-Kernes auftreten.

Man geht bei dieser Korrektur davon aus, daß das Spektrum im Intervall E_{max} bis E_{max} - 0,58 MeV völlig ungestört ist; denn der erste Anregungszustand liegt 0,58 MeV über dem Grundzustand. (Im folgenden beziehen sich alle Aussagen über Anregungszustände auf den ^{25}Mg-Kern). Da das 580 KeV-γ-Quant die empfindliche Zone des Kristalls praktisch ungeschwächt durchdringt, bleibt der Impuls um den entsprechenden Betrag kleiner.

Nach Tabelle 2 liegt der zweite Anregungszustand 0,98 MeV über dem Grundzustand; das heißt, daß im Intervall E_{max} - 0,58 MeV bis E_{max} - 0,98 MeV auf jeden Fall die demIntervall E_{max} bis E_{max} - 0,58 MeV entsprechende Neutronenenergieverteilung durch den Kernprozess, der zu dem ersten Anregungszustand führt, abgebildet ist.

Aus der Impulshöhenverteilung zwischen E_{max} und E_{max} - 0,58MeV kann mit Hilfe des Wirkungsquerschnittes $\sigma_0(E)$ die Neutronenenergieverteilung nach der Gleichung

$$S_0(E) = N \cdot f(E) \cdot \sigma_0(E) \qquad (2)$$

oder

$$f(E) = \frac{S_0(E)}{N \cdot \sigma_0(E)}$$

berechnet werden. In Gleichung (2) ist $S_0(E)$ das Impulshöhenspektrum, f(E) die Neutronenenergieverteilung, $\sigma_0(E)$ der Wirkungsquerschnitt für die Bildung des Grundzustandes und N die Zahl der ^{28}Si-Atome im empfindlichen Volumen des Kristalls.

Mit f (E) berechnet man nun ein Impulshöhenspektrum S_{01} (E), das im Intervall von E_{max} - 0,58 MeV bis E_{max} - 0,98 MeV

durch folgende Gleichung definiert ist:

$$S_{01}(E\text{-}0{,}58\ MeV) = N.f(E).\sigma_1(E);\ E_{max} \geqslant E \geqslant E_{max}\text{-}0{,}4\ MeV. \quad (3)$$

Hier ist $\sigma_1(E)$ der Wirkungsquerschnitt, der zur Bildung des ersten Anregungszustandes führt. Durch $S_{01}(E)$ wird somit der störende Anteil im Spektrum erfaßt, der durch die unerwünschte Produktion eines Niveaus von 0,58 MeV im Endkern bei der Reaktion mit Neutronen der Verteilung f(E) entsteht. Subtrahiert man nun $S_{01}(E)$ vom gemessenen Spektrum $S(E)$, so resultiert $S_{11}(E)$, das nur noch durch Neutronen mit Energien zwischen E_{max} - 0,58 MeV und E_{max} - 0,98 MeV erzeugt wurde:

$$S(E) - S_{01}(E) = S_{11}(E) \qquad (4)$$

Entsprechend Gleichung 2 kann jetzt f (E) im Intervall E_{max} - 0,58 bis E_{max} - 0,98 MeV mit Hilfe von $S_{11}(E)$ berechnet werden.

Mit f (E) korrigiert man im nächsten Schritt das Intervall ΔE_2 von E_{max} - 0,98 MeV bis E_{max} - 1,61 MeV, indem man zunächst entsprechend Gleichung 3 den Anteil $S_{21}(E)$, der auf Grund des ersten Anregungszustandes entstanden ist, bestimmt.

$$S_{21}(E\text{-}0{,}58\ MeV) = N \cdot f(E) \cdot \sigma_1(E)$$

$$E_{max} - 0{,}4\ MeV \geqslant E \geqslant E_{max} - 0{,}98\ MeV$$

Auf gleiche Weise muß jetzt aber auch der Teil $S_{22}(E)$ berücksichtigt werden, der auf den zweiten Anregungszustand von 0,98 MeV zurückzuführen ist.

$$S_{22}(E - 0{,}98\ MeV) = N\ f\ (E)\ \sigma_2\ (E) \qquad (5)$$

$$E_{max} \geq E > E_{max} - 0{,}58\ MeV$$

Nach Subtraktion von S_{21} (E) und S_{22}(E) vom Spektrum S (E) errechnet sich die Energieverteilung f (E) für einen weiteren Bereich von E_{max} - 0,98 MeV bis E_{max} - 1,56 MeV

$$S(E) - S_{21}(E) - S_{22}(E) = S_{20}(E) \qquad (6)$$

$$f(E) = \frac{S_{20}(E)}{N.\ \sigma_0(E)}; E_{max} - 0{,}98\ MeV \geq E > E_{max} - 1{,}56\ MeV$$

Nach dem beschriebenen Verfahren kann dann rekursiv die Korrektur fortgesetzt werden, soweit die einzelnen Anregungsniveaus und die zugehörigen Wirkungsquerschnitte bekannt sind.

Theoretisch wird die Rekursion dort beendet, wo im Spektrum meßbare Anteile von anderen Kernreaktionen auftreten, deren Endprodukte - mit Ausnahme der hier auch nicht erfaßten γ - Quanten - nicht mehr vollständig im Detektor absorbiert werden, wo aber doch soviel Reaktionsenergie an den Kristall abgegeben wird, daß das interessierende Spektrum meßbar gestört wird.

Das oben beschriebene Korrekturverfahren ist nur mit dem Einsatz eines elektronischen Rechners zu bewältigen. Auf den Seiten (37) bis(40) ist das Algol-Programm dargestellt, das von dem Rechner TR 4 der zentralen Rechenanlage der Universität Marburg verarbeitet wurde.

Algol - Programm zur Auswertung der mit einem Siliziumoberflächensperrschichtdetektor gemessenen Impulshöhenspektren

---

```
'BEGIN' 'COMMENT' SI-SPEKTROMETRIE;
'INTEGER' J,LAMBDA,K,O,Y,I,Z,E,P,U,V,H,GRR,XX,L,
          LL, I1,VV,YY,POS;
'REAL' SS, SSS,XR;
READ (LAMBDA,O,POS);
'BEGIN' 'ARRAY' KP /1:LAMBDA/,KO /0:1/,
                D1F, QUOT /1:POS/2, 0:0/,
                FF /1:POS,0:0/, ZR /1:POS,0:2*O/,
                GGR, GREN /o:0/,KS /o:0/,
                M /o:2xO/, F, HN, NW, SI /o:2xO/,
                SIGMA /o:LAMBDA, o:0/;

'FOR' J:=1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
READ (KP /J/);
'FOR' YY:=1'STEP' 1 'UNTIL' POS 'DO'
'FOR' X:=0 'STEP' 1 'UNTIL' 2xO 'DO'
READ (ZR /YY,X/);

'FOR' Y: = o 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA' DO'
'FOR'Z:=o'STEP' 1 'UNTIL' O 'DO'
READ (ZR/YY,X/);

'FOR' Y:=o'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR'Z: =o'STEP' 1 'UNTIL' O 'DO'
READ (SIGMA /Y,Z/);
PRINT('('SIGMA')', SIGMA);
'FOR' I1:=1'STEP'1 'UNTIL' POS 'DO'
'BEGIN'
```

```
PRINT('('POSITION')',II);
'FOR' VV:=o'STEP' 1 'UNTIL'  2xO 'DO'
'BEGIN'
N /VV/: =ZR/II, VV/;
NW/VV/:= -lo^loo
'END';
'FOR' XX :=o 'STEP' 1 'UNTIL' O 'DO'
'BEGIN'
'IF'N/XX+3/'GREATER'N /XX+2/'THEN '
' BEGIN'
'IF' N /XX+4/ 'GREATER' N /XX+3/'THEN'
'BEGIN'
'IF' N/XX+5/ 'GREATER' N/XX+4/ 'THEN'
'BEGIN'
KO/1/:=XX+2;
'GOTO' MARKE
'END' 'END' 'END' 'END';
Marke:
'FOR'P:=o 'STEP' 1 'UNTIL' KO/1/+KP/1/ 'DO'
'Begin'
F/P/:=N/P/:SIGMA /o,P/;
'END';
SS:=o;
GGR/o/:=KO/1/+KP/1/;
GREN/o/:=o;
GR: =(O-KO/1/):KP/1/+1;
GRR:=ENTIER (GR);
'FOR' U:=o 'STEP'1 'UNTIL GRR 'DO'
'BEGIN'
KS/U/:=o
GREN/U+1/:=GGR/U/+1;
'FOR' H: =1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
KS/U/:=KS/U/+KP/H/;
```

```
'IF' GGR/U/ 'GREATER' 0 'THEN' 'GOTO' UEBERLAUF;
'FOR' V:=GREN/U/ 'STEP' 1 'UNTIL' GGR/U/ 'DO'
'BEGIN'
'IF' V+KS/U/ 'GREATER'GGR/U/ 'THEN'
'BEGIN'
NW/V+KS/U/:=F/V/xSIGMA/n,V/;
J:=ENTIER (POS/2);
'IF'II'EQUAL' 1 'OR'II'EQUAL'2 'OR'II'EQUAL'
J'OR'II'EQUAL' J+1
'OR'II'EQUAL'POS'THEN'PRINT('('U,V,H=')',U,V,H);
'IF'NW/V+KS/U//'EQUAL'-1o^100 'THEN'
'BEGIN'
NW/V+KS/U//:=N/V+KS/U//-NW/V+KS/U//;
'END'
'ELSE'NW/V+KS/U//:=NW/V+KS/U//-NW/V+KS/U//;
'IF' H 'EQUAL' 1 'THEN' GGR/U+1/:=KS/U/+GGR/U/;
'IF' SIGMA /0, V+KS/V// 'EQUAL' o 'THEN'
'BEGIN'
F/V+KS/U//:=o;
'GOTO'FINIS 'END' 'ELSE'
'BEGIN'
F/V+KS/U//:=NW/V+KS/U//:SIGMA/o,V+KS/U//;
FINIS:
'IF'II'EQUAL'1 'OR'I1'EQUAL' 2 'OR'II 'EQUAL' J'OR'
I1 'EQUAL' J+1
'OR'II'EQUAL'POS'THEN'PRINT('('F VON')',V+KS/U/,
F/V+KS/U//);
'END' 'END' 'END' 'END' 'END'
UEBERLAUF:
'FOR' L:=o'STEP'1 'UNTIL' 0 'DO'
'BEGIN'
FF/II,L/:=F/L/;
PRINT('('F VON')',L,F/L/)
'END';
```

```
WRITE('(' QUOTIENT U. DIFFERENZ FL/FW IN POSITION')');

YY: =ENTIER (POS/2);
'FOR'X:=1'STEP' 1 UNTIL 'YY'DO'
'BEGIN'
PRINT (X);
'FOR'Y:=o 'STEP' 1 'UNTIL' O 'DO'
'BEGIN'
DIF/X,Y/:=FF/X,Y/-FF/X+YY,Y/;
IF'FF/X,Y/'EQUAL' o 'THEN'
'BEGIN'
PRINT('('F=o BE I KANAL')', Y);
'GOTO' SPRUNG;
'END';
QUOT/X,Y/:=FF/X+YY,Y/:FF/X,Y/;
PRINT (QUOT/X,Y/);
SPRUNG:
PRINT (DIF/X.Y/);
'END'
'END'
'END'
```

Die bereits erwähnte Abb. 10 demonstriert die berechnete Energieverteilungsfunktion, die nach Bestrahlung des Detektors unter 110^{o} zur Deuteronen-Strahlrichtung errechnet wurde.

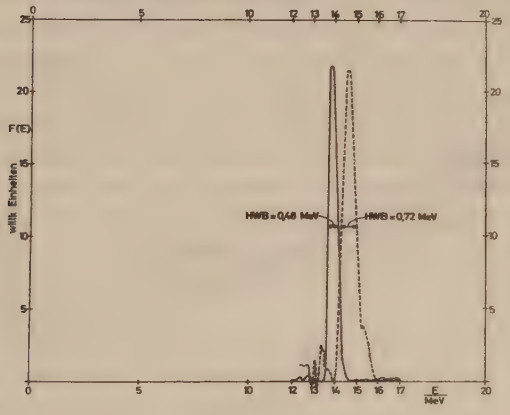


Abb. 11:
Korrigierte Spektren bei Bestrahlung unter 110^{o} (ausgezogene Linie) und unter 0^{o}(unterbrochene Linie) zur Deuteronenstrahlrichtung.

Man erkennt das ausgezeichnete Auflösungsvermögen, das bei Neutronenspektrometern herkömmlicher Art nicht annähernd erreicht werden kann. Eine Halbwertsbreite von 0,48 MeV entspricht einem Auflösungsvermögen der gesamten Meßapparatur von 0,034.

Ein wichtiges Indiz für die Qualität der Meßergebnisse liefert Abb. (11), in der das Ergebnis der Abb. (10) mit dem korrigierten Spektrum nach Bestrahlung unter 0° zur Deuteronenstrahlrichtung verglichen wird.

Die Vergrößerung der Halbwertsbreite und die Verschiebung des Maximums beweisen die Brauchbarkeit dieser Methode.

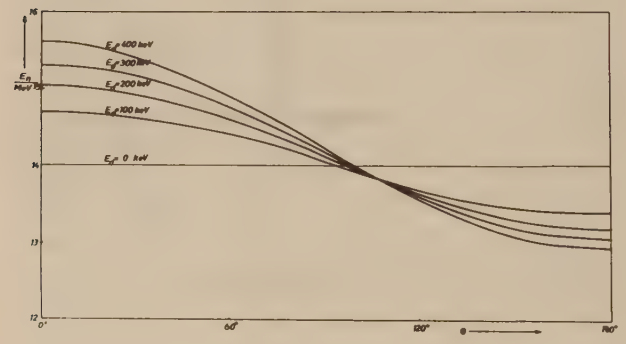


Abb. 12:
Abhängigkeit der Neutronenenergie nach der $T(d,n)^4He$-Kernreaktion vom Flugwinkel des Neutrons und von der Deuteronenenergie E_D

Die eingesetzten Wirkungsquerschnitte sind in den Abbildungen (6, 7, 8) dargestellt. Sie wurden einer Arbeit von COLLI und Mitarbeitern entnommen.

Der Umstand, daß die von diesen Autoren gemessenen Wirkungsquerschnitte bis zu 12 MeV herab angegeben waren, zwang hier zum Abbruch des Verfahrens; denn es fanden sich in der Literatur keine ausreichenden Angaben über Wirkungsquerschnitte für die Bildung der einzelnen Anregungsniveaus des ^{25}Mg-Kernes im Intervall von 12 bis 9 MeV. Wahrscheinlich wäre jedoch das Korrekturverfahren mit weiterem Fortschreiten immer schlechter geworden, da nicht anzunehmen ist, daß sowohl das Auflösungsvermögen der gesamten Meßanordnung als auch das Strahlenfeld, das den Autoren der Veröffentlichung über die Wirkungsquerschnitte zur Verfügung stand, exakt den Verhältnissen entsprach, wie sie hier vorlagen. Voraussetzung für eine zufriedenstellende Korrektur ist aber die gute Anpassung der Wirkungsquerschnittsmessungen an die vorliegenden Verhältnisse. Hinzukommt, daß die Autoren selbst eine Fehlerbreite ihrer Messungen angeben, die dem demonstrierten Verfahren nicht mehr zugemutet werden kann.

So sind auch die Schwankungen der korrigierten Spektren überall dort, wo das Spektrum F(E) sehr kleine Werte annimmt, im Verhältnis zum Maximum durchaus erklärlich.

Zur Meßtechnik muß noch festgestellt werden, daß für Untersuchungen dieser Art Oberflächensperrschichtzähler besonders geeignet sind, da ihre Verarmungszone im Verhältnis zum empfindlichen Volumen gedrifteter Halbleiter klein ist. Die Dicke der Verarmungszone von 0,35mm bei einer Spannung von etwa 100 Volt reicht nämlich gerade aus, um die Reaktionsprodukte des ^{28}Si(n,α)-Prozesses mit genügender Wahrscheinlichkeit vollständig zu absorbieren, während hochenergetische Protonen und Deuteronen nur einen Bruchteil ihrer Energie im empfindlichen Volumen abgeben können.

Wenn auch mit dieser Meßmethode kein vollständiges Spektrum berechnet werden konnte, da - wie gesagt - weitere Angaben über Wirkungsquerschnitte in der Literatur fehlen, wurden doch

Messungen innerhalb des beschriebenen Phantoms durchgeführt.

Die Meßanordnung zeigt Abb. (3), in der die einzelnen Meßpunkte auf der Plexiglashalterung eingetragen sind. Die Abbildungen (13) bis (18) zeigen die in Wasser gemessenen

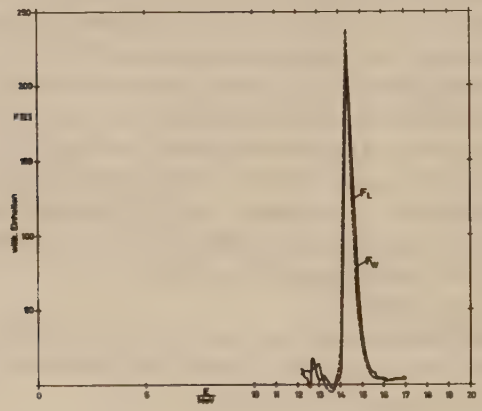


Abb. 13: Vergleich der Neutronenspektren vor dem Phantom Fw und in der Luft F_L.

Spektren F_w im Vergleich zu den unter analogen Bedingungen in Luft registrierten Energieverteilungen F_l nach der oben besprochenen Korrektur. Man erkennt die starke Abschwächung der primären Neutronen mit zunehmender Tiefe innerhalb des Phantoms; aber wesentlich wichtiger als diese zu erwartende Reduzierung der primären Neutronen ist die Feststellung, daß man im Bereich bis zu 12 MeV hinab keinen signifikanten Anteil gestreuter Neutronen erkennen kann und daß auch

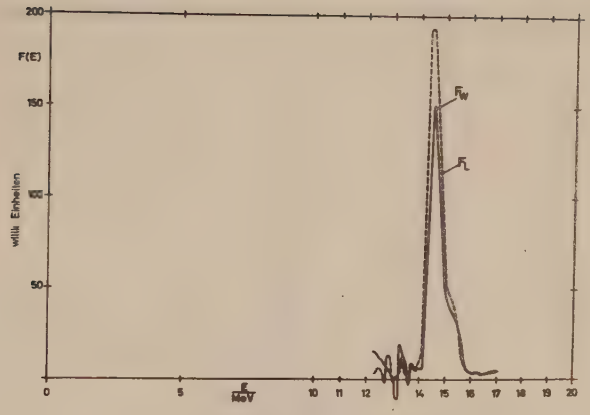


Abb. 14: Korrigierte Spektren in Position 2: F_W im Phantom, F_L in Luft.

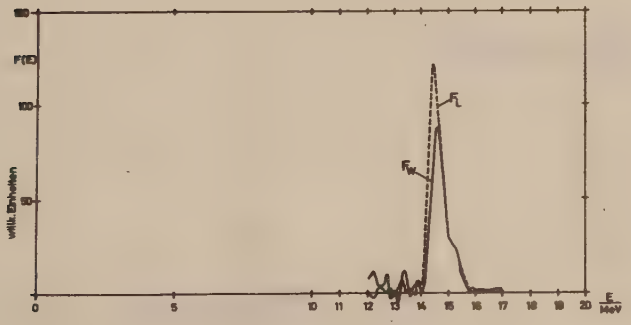


Abb. 15: Korrigierte Spektren in Position 3: F_W im Phantom, F_L in Luft.

keine nachweisbare Verbreiterung oder Verschiebung des Maximums feststellbar ist. Die gestreuten Neutronen müssen also hauptsächlich Energien unter 12 MeV angenommen haben.

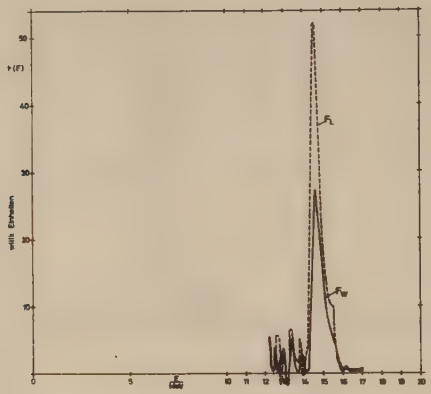


Abb. 16: Korrigierte Spektren in Position 5 im Phantom, F_W, und in der Luft, F_L.

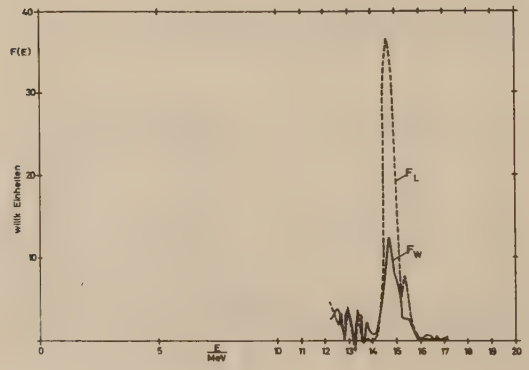


Abb. 17: Korrigierte Spektren in Position 6: F_W im Phantom, F_L in Luft.

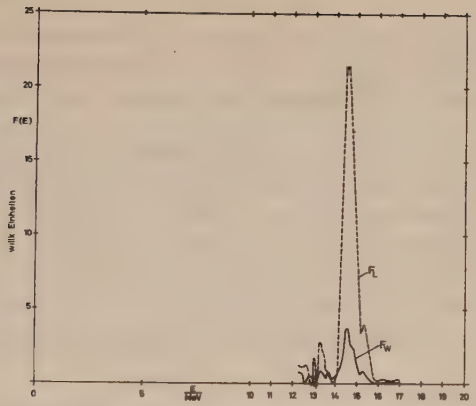


Abb. 18: Korrigierte Spektren in Position 8: F_W hinter dem Phantom, F_L in Luft.

Die Abb. (19) veranschaulicht die Abnahme der integralen Flußdichte für Neutronen mit Energien zwischen 13 und 16 MeV in doppelt logarithmischer Auftragung. Die Abbildung beweist, daß die Abschwächung der primären Neutronen in Luft dem theoretischen Abstandsgesetz folgt, während die Abschwächung im Wasser mit zunehmender Tiefe ansteigt.

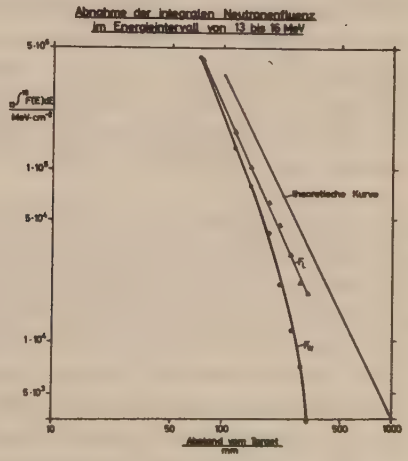


Abb. 19: Abhängigkeit der in Luft und im Phantom gemessenen Neutronenfluenz F_L und F_W vom Abstand vom Target.

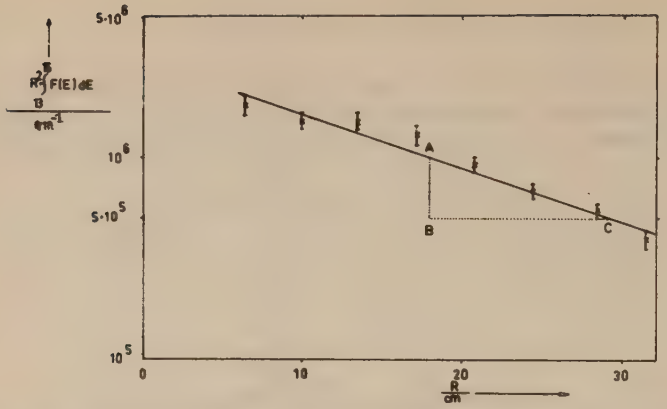


Abb. 20: Abschwächung der Neutronenfluenz im Energieintervall von 13 bis 16 MeV.

Den gleichen Sachverhalt veranschaulicht auch Abb.(20), aus der man ersieht, daß die Abschwächung des primären Neutronenfeldes mit Energien zwischen 13 und 16 MeV an der Rückfront des Phantoms 80% beträgt.

Die spektrometrischen Messungen mit einem Silizium-Oberflächensperrschichtzähler haben also nach Anwendung des oben beschriebenen Korrekturverfahrens gezeigt, daß die Kernreaktionen schneller Neutronen mit den ^{28}Si-Atomen des Halbleiters zur Bestimmung der Energieverteilung herangezogen werden können. Es wurde ein Auflösungsvermögen von 0,034 bei Bestrahlung mit 14 MeV Neutronen nachgewiesen, und die Messungen innerhalb des Phantoms haben zu der Erkenntnis geführt,daß das Maximum der Flußdichte weder verschoben noch verbreitert wurde.

Das gute Ergebnis dieser Messungen veranlaßt zu überlegen, wie die Kernprozesse der Neutronen innerhalb des Halbleiterkristalles experimentell ohne Anwendung eines umfangreichen Korrekturverfahrens zur Spektrometrie ausgenutzt werden könnten. Zwei Wege finden sich vielleicht in Zukunft für derartige Untersuchungen, nämlich einerseits eine Meßtechnik, die gleichzeitig die Energiebestimmung der den Anregungszuständen entsprechenden γ-Quanten gestattet.(Das Verfahren könnte nur in einem relativ dicken Halbleiter oder aber unter gleichzeitiger Messung der den Kristall verlassenden γ-Quanten stattfinden.) Andererseits wäre ein Halbleiterkristall

aus ^{29}Si schon wesentlich weniger durch Anregungszustände und unerwünschte Kernreaktionen gestört, so daß ein solcher Detektor wesentlich einfacher einzusetzen wäre als der beschriebene.

Aber auch die beschriebene Technik mit dem besprochenen Korrekturverfahren könnte zu wesentlich ergiebigeren Aussagen geführt werden, wenn es gelingt, Wirkungsquerschnittsmessungen mit dem gleichen Halbleitertyp durchzuführen, wie er zur Spektrometrie eingesetzt werden soll. Dann lägen nämlich dem Korrekturverfahren die Werte zu Grunde, die dem benutzten Meßsystem, insbesondere dem speziellen Auflösungsvermögen der Meßanordnung optimal angepasst sind.

Auf jeden Fall aber können für Messungen, wie sie hier beschrieben wurden, Si-Halbleiterkristalle eingesetzt werden, deren Durchmesser unter 0,9cm und deren Dicke unter 0,5cm liegt; denn der relativ voluminöse Meßkopf, der hier benutzt wurde, war mit 4cm Durchmesser und 3cm Höhe nur wegen der sogenannten "Sandwich-Anordnung" zweier Kristalle und der dazu gehörigen Anschlüsse so umfangreich. Ein Detektor aber von 5-9mm Durchmesser wäre für Messungen innerhalb eines lebenden Organismus schon außerordentlich günstig.

Die Fehlerabschätzung der angegebenen Messungen ist hier praktisch nur durch zwei Faktoren bestimmt, nämlich durch den statistischen Fehler und durch die Unsicherheit der in der Literatur angegebenen Wirkungsquerschnitte.

Da im vorliegenden Fall praktisch nur die Komponente der primären Neutronen durch die Spektrometrie erfaßt wurde, interessiert auch nur der Fehler, der den gemessenen Maxima anhaftet.

Die statistischen Schwankungen konnten durch eine genügend hohe Zählrate vernachlässigbar klein gehalten werden, während die angegebene Unsicherheit des Wirkungsquerschnittes für die Bildung des Grundzustandes des ^{25}Mg-Isotopes $\pm$ 5% beträgt. Mit dieser Unsicherheit von $\pm$ 5% ist auch die Darstellung des Flußdichtemaximums belastet.

B Spektrometrie und Dosimetrie mit Hilfe von Aktivierungen

I. Die Notwendigkeit des Einsatzes von Aktivierungsdetektoren.

Die Spektrometrie schneller Neutronen mit Energien über 10 MeV bereitet in vieler Hinsicht beachtliche Schwierigkeiten, wie aus den oben dargestellten Überlegungen im Zusammenhang mit der Spektrometrie mit Halbleitern hervorgeht. Andererseits erweisen sich oft die Meßsysteme, die speziell im Bereich schneller Neutronen eingesetzt werden können, als ungeeignet zur Energiebestimmung langsamer Neutronen.

Das oben besprochene Verfahren der Spektrometrie mit Siliziumhalbleitern zeigt zwar theoretisch die Möglichkeit der Bestimmung von Neutronenenergieverteilungen für beliebige Energiebereiche auf, es führte jedoch in unserem Fall aus den bereits erwähnten Gründen nur teilweise zu einem Erfolg , weil es nicht möglich war, die Energiebestimmung im Bereich unter 12 MeV fortzusetzen. Aber auch unter technisch günstigsten Voraussetzungen, wenn es nämlich gelingt, den gesamten Verlauf aller Wirkungsquerschnitte für alle Anregungszustände numerisch zu erfassen, kann das Verfahren nur bis zu der Energie herunter angewandt werden, die der Energieschwelle der $^{28}Si\ (n,\alpha)^{25}Mg$-Reaktion gleich ist, nämlich bis zu 2.66 MeV.

Um das Problem der Neutronentiefendosimetrie im vorliegenden Fall vollständig zu lösen, mußte hier eine zweite Methode hinzugezogen werden, die insbesondere den Energiebereich erfaßt, der durch das oben beschriebene Verfahren nicht berücksichtigt werden konnte. Auch hier ist wieder ein wesentlicher Gesichtspunkt bei der Auswahl der Methode durch die Forderung nach einer Detektorart gegeben, die ein möglichst minimales Volumen aufweist. Darüberhinaus ist eine optimale Empfindlichkeit des Detektorsystems zu verlangen.

B II. Auswahl und Herstellung der Detektoren.

In diesem Sinne erschien es sinnvoll, durch Aktivierung bestimmter Materialien Aufschluß über die Energieverteilung der Neutronen innerhalb und außerhalb des Phantoms zu erhalten.

Die Auswahl der Materialien richtete sich nach der Halbwertszeit des entstehenden aktiven Isotops, nach der Höhe einer etwa vorhandenen Reaktionsschwelle, nach der Größe des Wirkungsquerschnittes, nach der Häufigkeit des zu aktivierenden Isotopes, nach der Art der Strahlung des aktiven Isotopes und schließlich nach der Unterscheidbarkeit der interessierenden gegenüber einer störenden Strahlung, die ebenfalls bei der Aktivierung des Detektors entsteht. Neben diesen grundsätzlichen Kriterien spielte ein weiterer Gesichtspunkt eine wichtige Rolle bei der Auswahl der Detektormaterialien, nämlich die Frage, ob der Verlauf des Wirkungsquerschnittes der interessierenden Reaktion im gesamten Energiebereich von 0 bis 16 MeV aus der Literatur entnommen werden kann; denn die experimentelle Bestimmung der Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von der Neutronenenergie war in unserem Falle infolge des Mangels an geeigneten Neutronenquellen nicht möglich.

Bei einer Auswahl nach diesen Gesichtspunkten bleiben von der großen Zahl möglicher Detektormaterialien nur sehr wenige übrig, und es konnten nur 12 Kernreaktionen zur Bestimmung des Neutronenspektrums ausgenutzt werden, die von Neutronen in 11 verschiedenen Elementen induziert wurden. Die Tabelle (3) gibt einen Überblick über die wesentlichen Daten der 12 Kernreaktionen. Man ersieht daraus, daß es bei dieser Zusammenstellung der Kernreaktionen nicht angebracht ist, von einem System von Schwellendetektoren zu sprechen, da im Falle des $^{115}In\ (n,\gamma)^{116}In$-Prozesses keine Reaktionsschwelle vorhanden ist.

Alle Detektormaterialien konnten mit einer Reinheit von mindestens 99,9 % beschafft werden, wobei die meisten Elemente in Form fester Metalle leicht in die gewünschte Form zu bringen waren.

Tabelle 3

Nr.	Reaktion	Reaktions-energie MeV	Halbwerts-zeit	Ausgew. Energie MeV	Wirkungsquer-schnitt bei 14,5 MeV mbarn
1	$^{27}Al(n,p)^{27}Mg$	- 1,8	9,9 min	γ: 0,84	84
2	$^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$	- 6,0	14,8 h	γ: 1,37	121
3	$^{56}Fe(n,p)^{56}Mn$	- 2,9	2,6 h	γ: 0,84	105
4	$^{63}Cu(n,2n)^{62}Cu$	- 10,9	10 min	β^+	535
5	$^{64}Zn(n,2n)^{63}Zn$	- 11,8	38 min	β^+	185
6	$^{24}Mg(n,p)^{24}Na$	- 4,7	14,8 h	γ: 1,37	209
7	$^{31}P(n,p)^{31}Si$	- 1	2,7 h	β^-	75
8	$^{92}Mo(n,2n)^{91}Mo$	- 13,3	15 min	β^+	217
9	$^{115}In(n,\gamma)^{116}In$	0	54 min	β^-	3
10	$^{19}F(n,2n)^{18}F$	- 10,3	1,8 h	β^+	37
11	$^{69}Ga(n,2n)^{68}Ga$	- 10,2	68 min	β^+	975
12	$^{58}Ni(n,2n)^{57}Ni$	- 11,7	36,h	β^+	31

Proben wurden auf die gleiche Form gebracht; sie wurden auf
der von 12 mm Durchmesser abgedreht und erhielten eine Höhe von
20 mm. Allerdings mußten in einigen Fällen höhere Detektoren
setzt werden, wenn nämlich die Empfindlichkeit für das Eintreten
ewünschten Kernreaktion so gering war, daß mit der normalen Detek-
öße eine zu geringe Aktivität erzielt worden wäre. Dieser Fall trat
er Aktivierung von Phosphor, Fluor und Magnesium ein; denn hier
e das Ausgangsmaterial in der gewünschten Reinheit nur pulveri-
erhalten werden.

lb wurde das Magnesiumpulver unter hohem Druck in Hohlzylinder ge-
, bis eine ausreichende Festigkeit erreicht war. Das Fluor war in
von Lithiumfluorid beschafft worden, weil im Lithium selbst durch
onen kein aktives Isotop mit einer hier störenden Halbwertszeit
gt wird.

l beim Lithiumfluorid als auch bei Phosphor ließ sich das Preß-
hren nicht anwenden, da die Zylinder in der geforderten Größe
nicht genügende Festigkeit aufwiesen.

roblem der Erstellung von Zylindern ausreichender Größe konnte
eßlich durch Beimischung eines flüssigen Kunstharzes gelöst werden.
em Verfahren wurde dem Kunstharz soviel Pulver Lithiumfluorid
Phosphor zugesetzt, wie gerade noch von dem Polyester gelöst
n konnte, ohne daß er seine Festigkeit verlor. Es resultierte
eßlich eine Mischung, bei der Polyester und Detektormaterial in
gleichen Gewichten vorlagen.

ereits erwähnt, spielte bei der Auswahl der Kernreaktionen auch
albwertszeit des entstehenden Isotops eine wichtige Rolle;
Reaktionsendprodukte mit Halbwertszeiten unter 10 Minuten konnten
berücksichtigt werden, da immer 15 Proben gleichzeitig aktiviert
nschließend ausgewertet wurden. Bei jedem Meßdurchgang wurden nach-
der die Aktivitäten aller Proben einmal gemessen, und dieser Vor-
wurde mindestens zehnmal wiederholt. Deshalb war es nicht möglich,
ionsprodukte mit Halbwertszeiten unter 10 Minuten auszunutzen;
dann hätten unter den gegebenen Umständen die Proben nicht minde-
zehnmal gemessen werden können, bevor die Aktivität auf weniger

als 2 % der Anfangsaktivität abgefallen wäre. Eine weitere Verkürzung der Meßzeit auf weniger als 20 Sekunden, die hier mindestens angewandt werden mußte, war nicht möglich, da dann die Meßwerte zu gering ausgefallen wären.

Die untere Grenze der Halbwertszeiten, die noch eine sichere Messung der Aktivitäten gestattet, ist also gegeben durch die Meßmethodik; die obere Grenze dagegen wird durch einen anderen Faktor bestimmt, nämlich durch die Nachweisempfindlichkeit des Kernprozesses, die hier vom Wirkungsquerschnitt, von der möglichen Bestrahlungsdauer und von den Zerfallskonstanten des interessierenden Isotops abhängt.

Die Aktivität A steht in folgender Beziehung zur Neutronenflußdichte f (E), zum Wirkungsquerschnitt σ (E) und zu der Zahl der Detektoratome N:

$$A = N \int_{c}^{Em} f(E)\sigma(E)\, dE \; (1-e^{-\lambda t_o}) \qquad (7)$$

Dabei ist λ die Zerfallskonstante, Em die maximale Neutronenenergie und to die Bestrahlungszeit.
Es sei $C = N(1-e^{-\lambda t_o})$, dann gilt

$$A = C \int_{0}^{Em} f(E)\sigma(E)\, dE \qquad (8)$$

Der Faktor C nähert sich dem Wert N mit wachsendem t_o
Für relativ große Halbwertszeiten wird λ klein wegen der Beziehung

$$\lambda = \frac{1 \; n \; 2}{T_H}$$

(T_H sei die Halbwertzeit). Damit nähert sich in diesem Falle der Faktor C schlechter dem Wert N mit zunehmendem t_o.
Bei gegebener Neutronenflußdichte und festem Wirkungsquerschnitt entscheidet also die Größe C über die Höhe der erreichbaren Aktivität. Da N jedoch durch die Geometrie des

Detektors festgelegt ist, bleibt also die Habwertszeit und die Bestrahlungsdauer für die Höhe der Aktivität entscheidend.

Die Bestrahlungsdauer konnte aus technischen Gründen nicht wesentlich über 5 Stunden ausgedehnt werden; damit ergab sich unter Berücksichtigung der Zählempfindlichkeit der Meßapparate eine maximale Halbwertszeit von etwa 40 Stunden für die in Tabelle 3 aufgeführten Isotope.

B III.: Versuchsanordnung, Meßverfahren und Normierung der Meßwerte

Da die Aktivierungsversuche in erster Linie die Messungen mit den Siliziumhalbleitern ergänzen sollten, mußte natürlich die Versuchsanordnung bei der Bestrahlung genauso aufgebaut werden wie bei den Messungen mit dem Festkörperzähler. Es sei deshalb nochmals auf die Abbildungen 3 und 4 verwiesen.

Der Silizium-Oberflächensperrschichtzähler durchlief, wie bereits ausgeführt, nacheinander alle Positionen, die auf Abb. 3 in der Plexiglashalterung eingezeichnet sind. Er wurde also an 15 verschiedenen Stellen innerhalb und außerhalb des Phantoms bestrahlt.

Bei den Aktivierungsmessungen konnte einmal aus wirtschaftlichen, in erster Linie aber aus technischen Gründen nicht in gleicher Weise vorgegangen werden. Es ist nämlich nicht möglich, mit einem Neutronengenerator, wie er hier zur Verfügung stand, unter bestimmten Umständen Aktivierungen in quantitativ reproduzierbarer Weise durchzuführen. Zu diesem Zweck müßte die Neutronenquelle sehr konstant arbeiten, so daß das Verhältnis der gemessenen Aktivität zu der Zählrate des als Monitor fungierenden Long Counters nach Umrechnung der Aktivität auf Sättigungsbedingungen immer gleich bliebe.

Wie früher schon erwähnt, steht die Aktivität durch die Gl. 7

in eindeutigem Zusammenhang mit der Neutronenflußdichte f(E).

Allerdings kann aus Gleichung (7) die Sättigungsaktivität A_∞ nur dann berechnet werden, wenn f (E) zeitlich konstant ist.

Diese Konstanz der Neutronenquelle war hier nicht gegeben. Man mußte vielmehr mit gelegentlich sehr ausgeprägten Schwankungen rechnen.
Aus diesem Grunde wurden immer 15 gleiche Detektoren einer Materialsorte gleichzeitig bestrahlt, wobei jeder der 15 Detektoren eine der in Abb. (3) eingezeichneten Positionen einnahm. Damit waren die so erhaltenen Meßwerte eines Bestrahlungsversuches unmittelbar miteinander vergleichbar.

Die Bedeutung der zeitlichen Schwankungen der Neutronenflußdichte hängt natürlich auch sehr wesentlich von der Zerfallskonstanten, von der Bestrahlungszeit t_o und von dem Zeitpunkt der Schwankung während der Bestrahlung ab.

Folgende Überlegung präzisiert diesen Sachverhalt:

Es liege eine Neutronenflußdichte f_1 vor, sie werde im Zeitintervall Δt während der Bestrahlung durch eine Schwankung der Generatorleistung auf $f_1 + \Delta f$ erhöht. Das Ende der Schwankung liege um die Zeit t_1 vor dem Bestrahlungsende, während der Beginn der Schwankung t_2 nach Bestrahlungsbeginn eintrete.

Vergleicht man nun die Aktivitat am Ende der Aktivierung bei Bestrahlung ohne Störung -A_1- mit der, die mit der obigen beschriebenen Störung resultierte -A_2-, so ergibt sich folgende Berechnung, wenn man zur Vereinfachung der Schreibweise annimmt, daß eine monoenergetische Neutronenenergieverteilung vorliegt:

$$A_1 = N f_1 \sigma \left[(1-e^{-\lambda t_2})\, e^{-\lambda(\Delta t + t_1)} + (1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t_1} + 1 - e^{-\lambda t_1} \right]$$

$$A_2 = N f_1 \sigma (1-e^{-\lambda t_2}) e^{-\lambda(\Delta t + t_1)} + N(f_1+\Delta f)\sigma(1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t_1} + N f_1 \sigma (1-e^{-\lambda t_1})$$

$$A_2 - A_1 = N f_1 \sigma (1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\Delta t_1} + N \Delta f \sigma (1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t_1} - N f_1 \sigma (1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t_1}$$

$$A_2 - A_1 = N \Delta f \sigma (1-e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t_1} \qquad (11)$$

Aus Gleichung (11) erkennt man sofort, daß der Einfluß der Schwankung besonders groß wird, wenn t_1 klein ist, das heißt, wenn die Änderung der Quellstärke am Ende der Bestrahlung auftritt.

Die Abhängigkeit der Aktivitätsänderung von dem Zeitpunkt der Flußdichteschwankung ist außerdem unterschiedlich je nachdem, ob das Produkt λt_1 groß oder klein ist. Mit zunehmendem λt_1 wird der Exponentialfaktor $e^{-\lambda t_1}$ kleiner.

Liegt nun eine im Verhältnis zu t_1 oder überhaupt zur Bestrahlungsdauer große Halbwertszeit T_H vor, so wird der Exponent $\frac{\ln 2}{T_H} \cdot t_1$ zwar klein und damit der Exponentialfaktor groß, aber eine Änderung von t_1 bleibt im extremen Fall weitgehend unwirksam. Wenn nämlich beispielsweise t_1 in der Größenordnung von 10 Minuten liegt, während T_H=36 Stunden beträgt, findet man

$$e^{-\lambda t_1} = 1$$

Verdreifacht man jetzt t_1, dann wird

$$e^{-\lambda t_1} = 0{,}995$$

Berechnet man den Faktor für eine Halbwertszeit von 10 Minuten, dann findet man für t_1 = 10 Minuten

$$e^{-\lambda t_1} = 0{,}5$$

Verdreifacht man hier wieder t_1 auf 30 Minuten, so erhält man

$$e^{-\lambda t_1} = 0{,}124$$

Man erkennt also, daß der Zeitpunkt der Leistungsschwankung bei - im Vergleich zu der Bestrahlungsdauer - großen Halbwertszeiten kaum auf die Höhe der Aktivität einwirkt, während bei kurzen Halbwertszeiten der Wert der Aktivität schon sehr wesentlich von dem Zeitpunkt der Schwankung abhängt.

Die beiden angeführten Beispiele kommen in der Tat bei dem hier eingesetzten Detektorsystem vor. Sie machen deutlich, daß es bei einer solchen Verschiedenheit der Halbwertszeiten nicht möglich ist, auf rein rechnerischem Wege die Meßwerte der einzelnen Meßreihen in eine vergleichbare Form zu bringen.

Im Falle einer Neutronenquelle konstanter Leistung wäre es sehr einfach, die gemessene Aktivität - unter Zugrundelegung der Bestrahlungsdauer - auf Sättigung und mit der Hilfe der Zählrate des Monitors auf einheitliche Neutronenflußdichte umzurechnen. Man müßte dann noch die Nachweisempfindlichkeit der Meßanordnung bestimmen und könnte unter diesen Bedingungen auch eine Absolutbestimmung der Neutronenenergieverteilung vornehmen.

Da dieser Weg hier aus den oben aufgeführten Gründen nicht beschritten werden kann, erledigt sich das Problem der Bestimmung der Nachweisempfindlichkeit der Meßapparatur in Abhängigkeit von der Geometrie und der Strahlungsenergie der aktivierten Probe von selbst.

Die Meßapparatur setzte sich zusammen aus einem Bohrlochszintillationskristall mit Photomultiplier und Vorverstärker vom Typ MS SZ 831/1 der Firma Telefunken mit einem Harshawkristall vom Typ 12AW12. Angeschlossen war der Einkanalimpulshöhenanalysator MS Str 576/1, durch den ein digitaler Meßplatz, Telefunken Typ MS Str 610/2 mit Impulsen gespeist wurde. Der digitale Meßplatz steuerte gleichzeitig einen Kienzle-Drucker Typ D1 und einen automatischen Probenwechsler, Telefunken Typ 115 AP 1007/1.

Der Einkanalimpulshöhenanalysator war ursprünglich nur für spektrometrische Messungen ausgerüstet, er mußte deshalb für die

quantitative Bestimmung von Strahlung einer definierten Energie etwas umgeändert werden. Serienmäßig war das Gerät mit einer maximalen Kanalbreite von 4 Volt ausgestattet. Da jedoch das nicht ideale Auflösungsvermögen

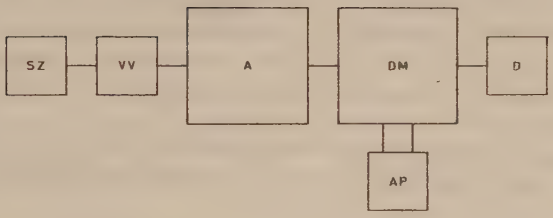


Abb. 21: Blockschaltbild der Meßanordnung
SZ: Szintillationsmeßkopf, VV: Vorverstärker,
A: Impulshöhenanalysator, DM: Digitaler Meßplatz,
D: Drucker, AP: Automatischer Probenwechsler

des Szintillationskristalls bei einer Impulsamplitude von 50 V eine Linienbreite von insgesamt 10 Volt hervorrief, war es notwendig, die maximale Kanalbreite des Analysators von 4 Volt auf 12 Volt zu erhöhen.

Die Messung der Aktivität bei einer genau definierten Strahlungsenergie war deshalb unumgänglich, weil so ein Übergang gerade des interessierenden aktiven Isotops ausgesucht werden konnte, der bei den übrigen unerwünscht aktiven Isotopen, die ebenfalls bei der Bestrahlung entstanden waren, möglicherweise nicht vorkam.

Abb. 21 zeigt schematisch den Aufbau der Meßapparatur und die Abb. 22 und 23 demonstrieren die Notwendigkeit der Erweiterung der maximalen Kanalbreite des Einkanalimpulshöhenanalysators.

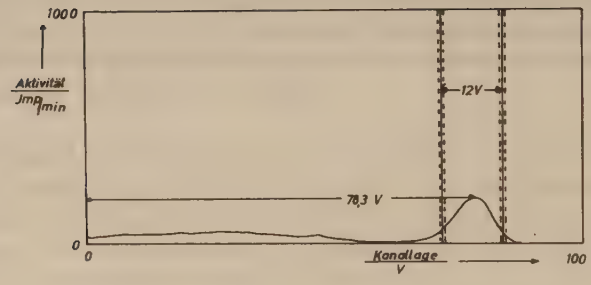


Abb. 22: Impulshöhenverteilung einer 510 keV-γ-Strahlung bei Verstärkung der mittleren Impulsamplitude auf 78,3 V

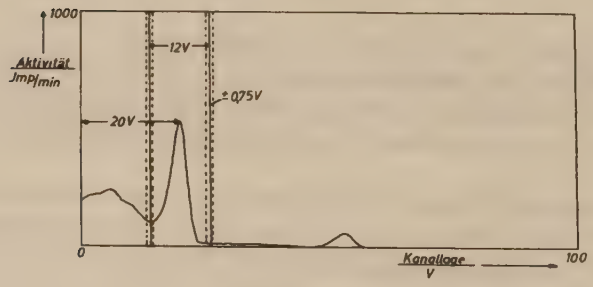


Abb. 23: Impulshöhenverteilung einer 510 keV-γ-Strahlung bei Verstärkung der mittleren Impulsamplitude auf 20 V

Natürlich ließ sich nicht in allen Fällen eine Trennung der interessierenden Aktivität von den Störstrahlungen auf spektrometrischem Wege bewerkstelligen. Deshalb mußte sehr häufig bei der Auswertung der Zerfallskurven noch eine Trennung der Aktivitäten nach Halbwertszeiten durchgeführt werden.

Dabei wurde so vorgegangen, daß die von den Meßapparaturen automatisch gemessene Zerfallskurve zunächst bezüglich des konstanten Untergrundes korrigiert wurde. Dann mußte die längste Halbwertszeit der aktiven Probe ermittelt werden. Der Verlauf dieses Zerfalls konnte dann, wie in Abb. 24 dargestellt, in den Bereich extrapoliert werden,

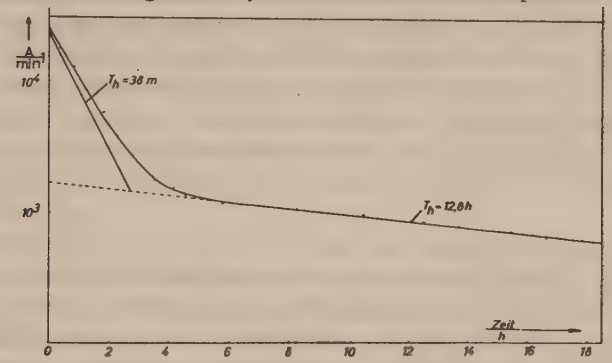


Abb. 24: Korrektur der Zerfallskurve des ^{63}Zn-Isotops bezüglich der störenden Aktivität des ^{64}Cu-Kernes.

in dem dieser Zerfallskurve mit der längsten Halbwertszeit ein anderer Übergang mit kürzerer Zerfallszeit überlagert war. Nun wurden von den ursprünglichen Meßwerten die durch Extrapolation zeichnerisch erhaltenen Werte subtrahiert. Jetzt konnte das Verfahren praktisch wiederholt werden, wenn noch ein weiterer Störeffekt berücksichtigt werden mußte.

Nach den eben beschriebenen Korrekturen ergab sich im Normalfall die gewünschte Zerfallskurve, die schließlich auf den Endpunkt der Bestrahlung extrapoliert wurde.

Mit dieser zwar sehr zeitaufwendigen Auswertemethode wurde sichergestellt, daß die Aktivitäten der 15 Detektoren eines Versuches unmittelbar miteinander verglichen werden konnten, da alle Zerfallskurven, wie beschrieben, auf den Endpunkt der Bestrahlung extrapoliert wurden. Damit war zwar die Beziehung der Aktivitäten eines Bestrahlungsversuches geklärt, aber ein Vergleich verschiedener Meßreihen war so noch nicht möglich.

Es mußte also noch eine Methode gesucht werden, die es gestattete, die verschiedenen Bestrahlungen des gleichen Materials, die unter geometrisch gleichen Bedingungen stattgefunden hatten, ohne Umrechnung zu vergleichen. Fast jeder Versuch wurde drei- bis viermal, mancher sogar häufiger, wiederholt. Außerdem wurden alle Aktivierungen unter sonst gleichen Bedingungen ohne das Phantom nocheinmal ausgeführt.

Die Frage der Normierung der einzelnen Meßreihen gab einige Probleme auf, und sie wurde schließlich auf folgende Weise gelöst:
Unter der Annahme, daß die Aktivität des Detektors in Position 1 unabhängig vom Vorhandensein des Phantoms, also mit und ohne Polyesterzylinder gleich ist, wurden die verschiedenen Meßreihen eines Detektormaterials so normiert, daß die Aktivitäten in Position 1 übereinstimmten. Der Zahlenwert der Aktivität des 1. Detektors war dabei gleichgültig, da es zunächst nur darauf ankam, das Verhältnis der Meßwerte der verschiedenen Positionen untereinander zu sichern. In einem zweiten Schritt wurde nun theoretisch für eine Neutronenflußdichte von 10^7 $cm^{-2}sec^{-1}$ die entsprechende Aktivität je Detektoratom in Position 1 ausgerechnet. Für die Berechnung wurde eine monoenergetische Verteilung der Neutronen mit einer Energie von 15 MeV angenommen. Dieser letzte Schritt der Normierung begründet auch die Methode der Eichung der Meßwerte, wie sie hier gewählt wurde; denn wenn es überhaupt gestattet ist, die einzelnen Meßreihen auf einen theoretischen Wert der Aktivität eines bestimmten Detektors zu normieren, dann kann das nur oder

zumindest unter günstigen Voraussetzungen in Position 1 geschehen, da dieser Detektor dem Target, also der Neutronenquelle, am nächsten ist. Und deshalb kann er sich gegenüber den entfernteren Detektoren noch weitgehend in einem Feld monoenergetischer Neutronen befinden.

Man muß an dieser Stelle den Einwurf gelten lassen, daß ein Fehler bei der Messung der Aktivität des 1. Detektors die Meßwerte des gesamten Versuchs verschiebt. Diesem Argument muß entgegengehalten werden, daß jede Normierung einer Meßreihe auf mindestens einem Meßwert beruht. Würde man beispielsweise im Falle einer Neutronenquelle konstanter Leistung nach dem oben Gesagten den Eichfaktor aus der Zählrate eines Monitors getrennt ermitteln, so würde auch dann ein Meßfehler des Monitors zur Verschiebung der Meßwerte eines Versuches führen. Dagegen ist festzustellen, daß die extrapolierte Aktivität des ersten Detektors aus der Mittelung über eine lange Meßreihe resultiert, die besonders im Falle des Detektors in Position 1 auf Grund der sehr hohen Zählraten praktisch nicht mehr durch statistische Schwankungen beeinflußt wird.

Andererseits könnte man daran denken, einen 16. Detektor bei jeder Versuchsreihe in einer genau definierten Position mitzubestrahlen. Man könnte dann genau so verfahren, wie es oben für den Detektor 1 besprochen wurde. Ein solcher Detektor könnte nur seitlich vom Laufrohr des Neutronengenerators aufgebaut werden, dann würden für ihn aber andere Feldverhältnisse gelten als für die übrigen Detektoren, die innerhalb eines Winkels von etwa $\pm 5^{\circ}$ zur Strahlrichtung aufgestellt wurden. So würde die 16. Probe auch nicht von der Schwankung der Neutronenenergie betroffen, der alle anderen Detektoren bei Schwankungen der Generatorspannung unterliegen. Abb. 12 zeigt die Abhängigkeit der Neutronenenergie von der Spannung am Beschleunigungsrohr des Generators.

Außerdem könnte der Detektor 16 nicht so nahe am Target angebracht werden wie der Detektor 1 wegen der seitlichen Ausdehnung der Targethalterung. Postiert man ihn aber in größerem Abstand vom

Target, so wird die oben vorgeschriebene Voraussetzung, der Detektor müsse sich praktisch in einem Feld monoenergetischer Neutronen befinden, immer schlechter erfüllt, und auf Grund der größeren Entfernung von der Quelle würde eine geringere Aktivität zu messen sein, was einer Verminderung der Sicherheit des Meßergebnisses entsprechen würde.

Man kann also feststellen, daß der hier gewählte Weg der Eichung der Meßergebnisse die beste Möglichkeit ausnutzt. Schließlich kann auch noch die große Zahl von Versuchen ins Feld geführt werden, die eventuelle Meßfehler weitgehend eliminiert.

Als Beispiel sei die Normierung der Bestrahlungsversuche am Eisen demonstriert:

15 Eisenzylinder mit einer Reinheit von 99,95 % wurden in den in Abb. 3 eingezeichneten Positionen bestrahlt. Der Versuch wurde viermal mit und ohne das Phantom durchgeführt. Die Aktivitäten wurden jeweils für das Bestrahlungsende aus den Zerfallskurven ermittelt. Dann folgte die Multiplikation jeder Meßreihe mit einem Faktor, der die Aktivität des 1. Detektors gleich der Aktivität des Detektors 1 bei der ersten Bestrahlung machte. Anschließend wurden die Mittelwerte der verschiedenen Meßreihen für eine bestimmte Position errechnet; dabei wurden natürlich die Mittelwerte für die Bestrahlung mit und ohne Phantom getrennt bestimmt. Danach wurde theoretisch die Aktivität in Position 1 für eine Neutronenflußdichte von 10^7 $cm^{-2}sec^{-1}$ berechnet, und anschließend wurden die beiden Aktivitätsreihen mit jeweils 15 Werten mit dem Faktor multipliziert, der die Aktivität Nr. 1 jeder der beiden Reihen gleich dem Wert setzte, der theoretisch berechnet worden war.

Die allgemeine Gleichung

$$A = N \int_0^{Em} f(E)\,\sigma(E)\,dE \qquad (12)$$

vereinfacht sich im Falle einer monoenergetischen Verteilung der Neutronenenergie folgendermaßen:

$$A = N\,\sigma(15)\cdot F \qquad (13)$$

$$a = \frac{A}{N} = \sigma(15)\,F \qquad (14)$$

dabei ist $\sigma(15)$ der Wirkungsquerschnitt, in diesem Falle für die $^{56}Fe\ (n,p)\ ^{56}Mn$-Reaktion. F ist die integrale Neutronenflußdichte mit einer Energie von 15 MeV. Gleichung (13) stimmt natürlich nicht exakt mit Gleichung (12) überein, da F in unserem Fall nicht streng monoenergetisch ist, aber die Messungen mit dem Siliziumhalbleiter beweisen, daß man ohne große Vernachlässigung mit einer monoenergetischen Verteilung rechnen kann.

Die Zahl der Detektoratome muß bei diesem Verfahren nicht explizit berechnet werden; denn zur Vereinfachung der folgenden Rechenoperationen wird in Zukunft immer mit der Aktivität je Detektoratom , $a=\frac{A}{N}$, gearbeitet.

Da die Wirkungsquerschnitte aus der Literatur entnommen wurden, ergeben sich die Werte a einfach als Produkt aus dem Wirkungsquerschnitt bei 15 MeV bzw. dem Mittelwert des Querschnitts im Intervall von 14,5 bis 15,5 MeV und der Neutronenflußdichte.

Damit ergibt sich ein weiterer entscheidender Vorteil des hier angewandten Normierungsverfahrens; denn durch die Gleichung (14) waren die gemessenen Aktivitäten nach der Eichung auf a dem Wirkungsquerschnitt angepaßt, und es spielt im Verlauf der weiteren Rechnung keine Rolle mehr, ob der experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitt in seinem gesamten Verlauf um einen bestimmten Faktor zu groß oder zu klein angegeben wurde.

Dieser Umstand ist für die Zuverlässigkeit der weiteren Rechnungen von außerordentlicher Bedeutung, da die Größe des Wirkungsquerschnittes immer unmittelbar in die verschiedenen mathematischen Verfahren zur Bestimmung der Energieverteilung eingeht, da andererseits jedoch gerade hier die Angaben in der Literatur oft sehr unterschiedlich ausfallen.

Aus diesem Grund wurden auch nur solche Angaben über die Wirkungsquerschnitte aus der Literatur entnommen, die vom gleichen Autor unter gleichen Bedingungen für den gesamten interessierenden Energiebereich veröffentlicht worden waren. Beim Studium der unterschiedlichen Angaben für den gleichen Wirkungsquerschnittsverlauf zeigte sich deutlich, daß in den meisten Fällen eine lineare Beziehung zwischen den einzelnen Ergebnissen bestand. Eine Entscheidung, welcher Wert nun absolut richtig ist, wäre wahrscheinlich unmöglich gewesen,sie wäre bei anderen Eichverfahren aber notwendig und damit zu einer ersten beachtlichen Fehlerquelle geworden.

Abb. 26 zeigt den Verlauf der Aktivitäten in Abhängigkeit von der Entfernung vom Target, nachdem die Meßreihen entsprechend dem oben dargelegten Verfahren normiert worden waren. Die Auftragung der Kurven erfolgte auf doppelt logarithmischem Papier, um die Abweichung der

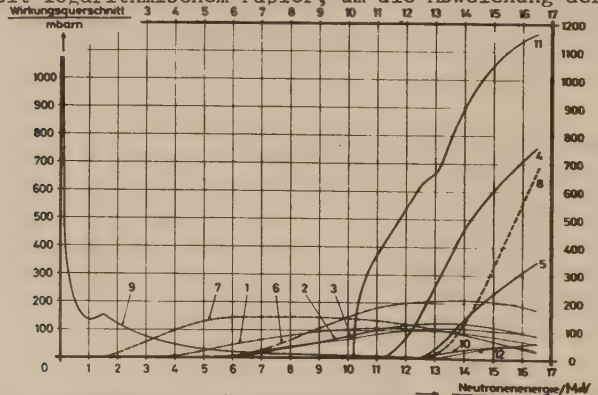


Abb. 25: Verlauf der Wirkungsquerschnittsfunktionen der 12 angewandten Kernreaktionen in Abhängigkeit von der Neutronenenergie. Die Zahlen bezeichnen die Nummern der Kernreaktionen in Tabelle (3)

Aktivitäten vom theoretischen Abstandsgesetz bei Bestrahlung im Phantom zu demonstrieren. Abb. 27

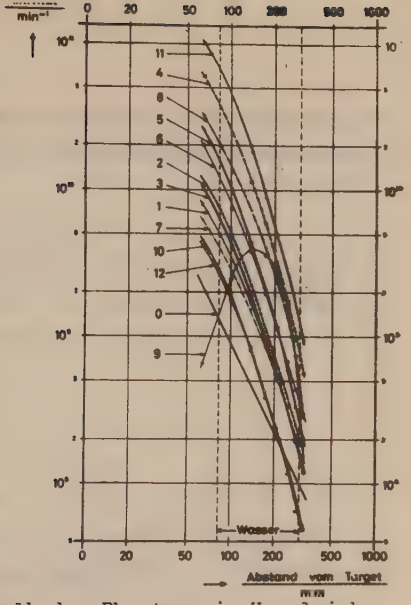


Abb. 26: Aktivitäten innerhalb des Phantoms im Vergleich mit dem theoretischen Abstandsgesetz (Kurve 0). Die Zahlen geben die Nummern der Kernreaktionen in Tabelle (3) an.

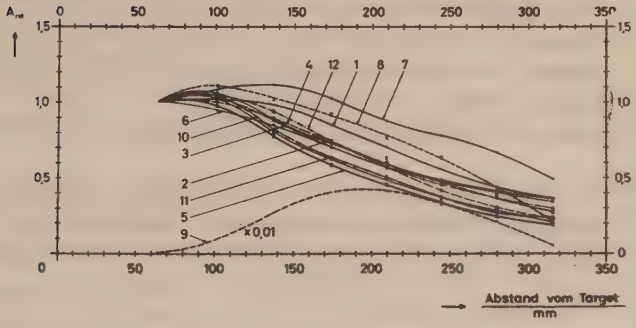


Abb. 27: Darstellung der gemessenen Aktivitäten nach Multiplikation mit dem Quadrat des Abstandes und nach Normierung der Meßwerte in Position 1 auf 1.

erläutert den gleichen Sachverhalt in linearer Darstellung. Hier wurden außerdem alle Meßreihen in Position 1 auf 1 normiert.

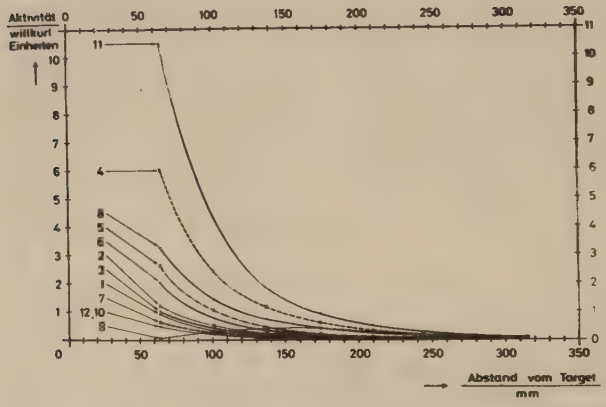


Abb. 28: Lineare Auftragung der in Abb. 26 demonstrierten Meßwerte.

Zu Beginn des Abschnittes über das hier angewandte Normierungsverfahren war eine wichtige Voraussetzung gemacht worden, deren Rechtfertigung nun erfolgen soll. Es war gesagt worden, daß die Aktivitäten in Position 1 unabhängig davon sein sollten, ob mit oder ohne Phantom bestrahlt wurde.

Für Detektoren mit relativ hoher Schwelle trifft diese Annahme natürlich besser zu als beispielsweise für einen Detektor, der schon durch thermische Neutronen aktiviert wird.

Es sei δ der Neutronenstreuungswinkel im Laborsystem, Φ der entsprechende Winkel im Schwerpunktsystem, M die Masse des von einem Neutronen getroffenen Kernes, m = 1 die Masse des Neutrons. E und E' die Energie des Neutrons vor bzw. nach dem Stoß.

Bei Ausnutzung des Energie- und Impulserhaltungssatzes findet man folgende Relation für die Neutronenstreuung im Schwerpunktsystem:

$$E' = E \frac{M^2 + 2M \cdot \cos \psi + 1}{(M + 1)^2} \qquad (15)$$

Für die Umrechnung der Gleichung (15) in das Laborsystem findet man noch folgende Beziehung:

$$\cos \delta = \frac{M \cos \psi + 1}{\sqrt{M^2 + 2M \cos \psi + 1}} \qquad (16)$$

In unserem Falle interessieren besonders einige Grenzfälle bezüglich der Winkelverteilung der gestreuten Neutronen, um abschätzen zu können, wie das Neutronenfeld beim Detektor in Position 1 beschaffen sein muß.

Bei $\psi = 180^\circ$ (im zentralen Stoß) vereinfacht sich Gleichung (15) folgendermaßen für eine primäre Neutronenenergie von 15 MeV:

$$E' = 15 \frac{M^2 + 1 - 2M}{(M + 1)^2}; \quad E' = 0\text{MeV}$$

bei Streuung an Wasserstoff, das heißt, alle Energie wird auf das angestoßene Proton übertragen; das zentral rückgestreute Neutron hat keine kinetische Energie mehr.

$E' = 11{,}6$ MeV bei Streuung am Sauerstoff unter 180°

Die Frage, wie intensiv und von welcher spektralen Zusammensetzung das Streufeld vor dem Phantom an der Stelle des Detektors 1 ist, kann in diesem Fall theoretisch nicht beantwortet werden. Experimentell läßt sich jedoch feststellen, ob die Annahme erfüllt ist, daß die Aktivität der Probe 1 unabhängig davon ist, ob mit oder ohne Phantom bestrahlt wird. Eine experimentelle Klärung dieser Frage müßte auch dann erreicht werden, wenn man auf mathematischen Wege das Energiespektrum der rückgestreuten Neutronen ermitteln könnte; denn das hier verwandte Phantom steht ja nur als Ersatz für morphologisch wesentlich kompliziер-

tere biologische Objekte, bei denen mit Sicherheit kein mathematisches Verfahren zur Bestimmung des Streufeldes herangezogen werden könnte.

Wie aus dem früheren Kapitel über die Abhängigkeit der Aktivierung von der Bestrahlungsdauer hervorgeht, wirken sich bei den Bestrahlungen, die im Verhältnis zur Halbwertszeit des resultierenden Isotops sehr kurz andauern, eventuelle Schwankungen der Neutronenflußdichte nicht unterschiedlich aus, wenn der Zeitpunkt der Schwankung variiert(siehe hierzu Seite 57)

Unter Berücksichtigung dieses Sachverhaltes wurden kurzzeitige Bestrahlungen des Detektors 1 mit und ohne Phantom für alle Aktivierungsmaterialien durchgeführt. Während jeder Bestrahlung wurde die Zählrate des Neutronenmonitors genau registriert, so daß die einzelnen Meßergebnisse anschließend auf einheitliche Neutronenquellstärke umgerechnet werden konnten. Diese Art der Normierung durfte in diesem speziellen Fall angewendet werden, weil der Detektor 1 sehr dicht am Target postiert war, und deshalb reichten schon sehr kurze Bestrahlungszeiten aus, um Aktivitäten von über 1000 Impulsen je Minute zu erhalten. Unter gleichen Bedingungen hätte man für den Detektor in Position 8 unter Umständen weniger als 1 % der Zählrate der Probe 1 messen können, die aber bei weitem nicht für eine sichere Auswertung ausreichen würde.

Es zeigte sich nun, daß tatsächlich die oben gemachte Annahme über die Unabhängigkeit der in Position 1 gemessenen Aktivitäten für alle Detektoren mit einer Reaktionsschwelle von über 0,5 MeV zutraf Eine Ausnahme konnte lediglich im Falle der Aktivierung des Indiums festgestellt werden; denn hier ergab sich bei Bestrahlung am Phantom eine Erhöhung der Zählrate um einen Faktor 3,26 gegenüber der Aktivierung ohne das Phantom.

Daraus folgte, daß alle Meßreihen, wie oben beschrieben, auf den theoretisch ermittelten Aktivierungswert des Detektors in Position bezogen werden konnten, gleichgültig, ob die Bestrahlung mit oder ohne Phantom stattgefunden hatte. Lediglich die Aktivitäten des am Phantom bestrahlten Indiums mußten mit einem Faktor 3,26 multipliziert werden, was durchaus erklärlich ist, da Indium einen besonder

großen Wirkungsquerschnitt für thermische und epithermische Neutronen besitzt.
Theoretisch bestünde nun immer noch die Möglichkeit, daß der Bestrahlungsraum in der Umgebung des Targets von einer durchaus meßbaren Streustrahlung schneller und langsamer und thermischer Neutronen durchsetzt wäre; dann wären die Eichmessungen nicht brauchbar in dem Sinne, wie sie nach obiger Erklärung eingesetzt werden sollen.

Um diese Frage zu klären, sind in erster Linie die Aktivierungen ohne das Phantom durchgeführt worden. Abb. 30 zeigt den Verlauf der in Luft gemessenen Aktivitäten in doppelt logarithmischer Auftragung. Die vor den Kurven stehenden Zahlen geben die Nummer der Kernreaktion in Tabelle 3 an. Die Gerade mit der Nummer 0 repräsentiert den theoretischen Verlauf des Abstandsgesetzes. Man erkennt, daß außer der Kurve 9 alle Meßreihen parallel zu der theoretischen Kurve verlaufen. Das beweist, daß es bis zu einer Entfernung von 31,5 cm vom Target keine meßbare Streustrahlung mit einer Energie über 0,5 MeV gibt.

Eine Ausnahme macht lediglich die Aktivität des Indiums, das, wie schon erwähnt, keine Reaktionsschwelle für den $^{115}In(n,\gamma)\ ^{116}In$-Prozess aufweist. Hier erkennt man den flachen Verlauf der Aktivitäten in Abhängigkeit vom Abstand vom Target, der auf eine zunehmende Flußdichte thermischer und epithermischer Neutronen zurückzuführen ist. Man stellt jedoch fest, daß der Beginn der Abflachung der Kurve erst zwischen der Aktivität 1 und der Aktivität 2 deutlich wird. Zur Klärung dieser Situation wurden bei Indium in einem zusätzlichen Versuch 2 Detektoren zwischen Position 1 und 2 bestrahlt.

Die Aktivierung in Luft ist zur Sicherung eines weiteren wichtigen Sachverhaltes von Bedeutung; denn die Neutronen werden selbstverständlich auch an den Detektoren selbst gestreut. Die Abbildungen 31 und 32 zeigen den Verlauf der in der Luft und in Wasser gemessenen Aktivitäten für einen Versuchsaufbau, bei dem alle Detektoren auf einer Linie

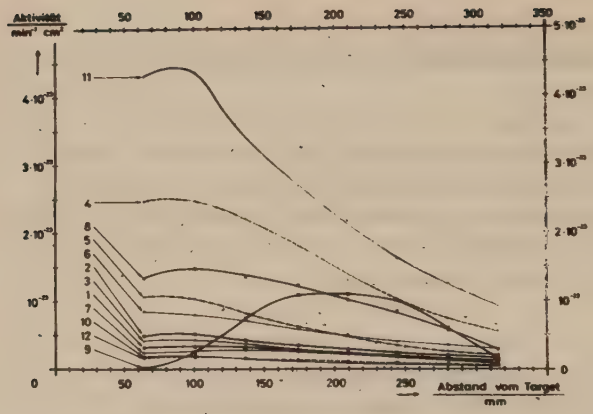


Abb. 29: Auftragung der Aktivitäten nach Multiplikation mit dem Quadrat des Abstandes vom Target.

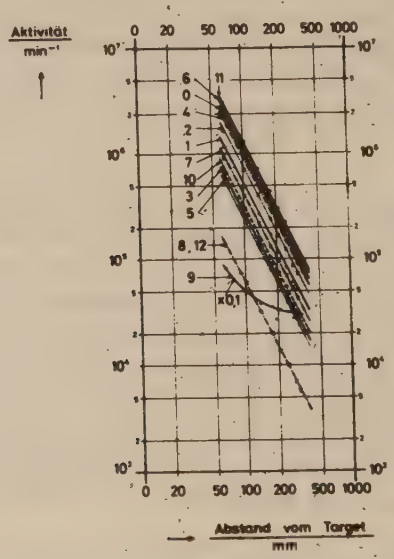


Abb. 30: Doppelt logarithmische Auftragung der in Luft gemessenen Aktivitäten im Vergleich zum theoretischen Abstandsgesetz (Kurve 0)

hintereinander angeordnet waren. Man ersieht aus den Abb. 31 und 32, in welcher Weise die Aktivitäten von der Kurve des theoretischen Abstandsgesetzes abweichen. Um diesen Effekt zu vermeiden, war hier eine Detektoranordnung gewählt worden, bei der jeder Detektor dem direkten Neutronenstrahl ausgesetzt war. Eine Veränderung des Neutronenfeldes und damit der Aktivierung konnte also nur durch die Wechselwirkung der Neutronen mit dem Wasser innerhalb des Phantoms hervorgerufen worden sein.

Schließlich mußte noch eine weitere Korrektur der Meßwerte vorgenommen werden; denn es zeigte sich, daß bei der Auswertung der 1,37 MeV-γ-Aktivität des Isotopes ^{24}Na infolge der hohen Zählraten der Detektoren in Position 1 und 2 die Bleiabschirmung des automatischen Probenwechslers nicht völlig ausreichte. Es konnte vielmehr bei unbesetztem Bohrloch des Szintillationskristalles eine Aktivität gemessen werden, die von den vor der Bleiabschirmung sitzenden Proben 1 und 2 herrührte. Dieser unnatürliche Untergrund mußte noch von den Aktivitäten ab Position 3 abgezogen werden.

Da das Isotop ^{24}Na Endprodukt zweier verschiedener Kernreaktionen ist, nämlich des $^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$ - und des $^{24}Mg(n,p)^{24}Na$ - Prozesses, mußten die Meßreihen der Aluminium- und Magnesiumdetektoren korrigiert werden.

Bei allen übrigen Detektormaterialien trat der Effekt nicht auf, da nur in den beiden genannten Fällen die stärker durchdringende Gammastrahlung von 1,37 MeV zur Messung ausgenutzt wurde. Bei allen anderen Detektoren wurde höchstens eine 850 KeV-γ-Strahlung ausgenutzt, die aber in Blei eine geringere Reichweite aufweist und somit keine Störung der Messung verursachte.

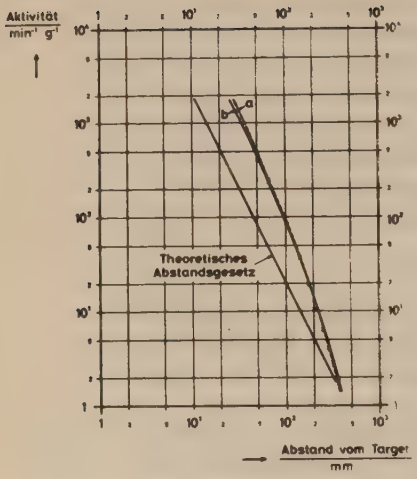


Abb. 31:

Verlauf der Aktivitäten von Eisendetektoren bei Anordnung der Proben auf einer Geraden hintereinander.
Kurve a in Luft
Kurve b in Wasser

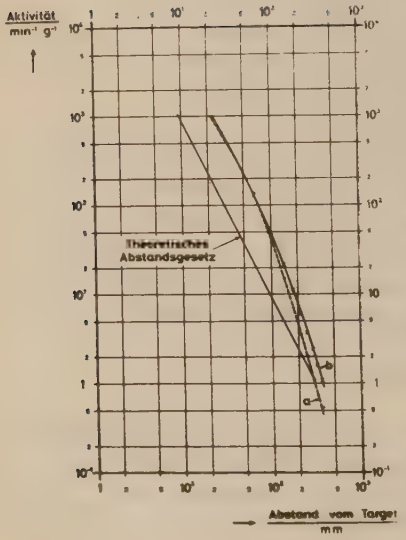


Abb. 32:

Verlauf der Aktivierungsmeßwerte bei Anordnung der Zinkdetektoren auf einer Geraden hintereinander.
Kurve a im Phantom
Kurve b in Luft

B IV Mathematische Auswertung der Meßergebnisse

a) Rückblick auf bekannte Auswertemethoden aus der Literatur.

Die mathematische Auswertung der normierten Aktivitäten erscheint auf den ersten Blick nicht sehr problematisch, insbesondere da die Aktivierungsmethode ja in gewissem Sinn zu den klassischen Verfahren der Bestimmung von Neutronenenergieverteilungen zählt. Dieser Umstand beruht in erster Linie auf dem im Vergleich zu anderen Methoden bescheidenem Aufwand an Elektronik, die überdies in den meisten kernphysikalischen Laboratorien zur Grundausrüstung gehört. Hinzu kommt, daß es zunächst auch sehr einfach erscheint, das Neutronenspektrum über die Schwelleneigenschaften der Aktivierungsdetektoren zu bestimmen.

Die mathematische Aufgabe besteht in der Lösung eines Gleichungssystems folgender Art:

$$A_i = N_i \int_0^{Em} f(E)\, \sigma_i(E)\, dE \qquad (17)$$

Hier besagen die Indizes i lediglich, daß für jeden Detektor, bzw. für jeden Kernprozess eine solche Gleichung besteht.

Die Auflösung dieses Gleichungssystems kann im allgemeinen Fall nicht direkt erfolgen, sondern sie muß über eine Näherungsmethode versucht werden.

Um die unten demonstrierten, hier angewandten Verfahren in ihrer Zweckmäßigkeit und Aussagekraft richtig beurteilen zu können, sollen an dieser Stelle kurz die bekanntesten Methoden der Auswertung von Aktivitäten, die in der Literatur zu finden sind, referiert werden.

Eine der am weitesten verbreiteten Methoden geht auf HURST und Mitarbeiter zurück. Diese Autoren umgeben die Detektormaterialien ^{239}Pu, ^{237}Np, ^{238}U und ^{32}S mit einer Borabschirmung, um die Einwirkung thermischer Neutronen weitgehend zu unterbinden. Sie vereinfachen ausserdem den natürlichen Verlauf der Wirkungsquerschnitte zu konstanten oder linearen Funktionen.

Die Auswertung der gemessenen Aktivitäten beschränkt sich dann darauf, die Meßwerte einfach durch Subtraktionen in Relation zur Energieverteilung zu setzen.

Zu diesem Verfahren kann nur festgestellt werden, daß es allenfalls dazu dienen kann, einen ersten Überblick über eine unbekannte Energieverteilung zu gewinnen. Für quantitative Aussagen sind die Vereinfachungen hinsichtlich der Wirkungsquerschnitte zu einschneidend. Im Falle der hier zur Diskussion stehenden 14-MeV-Neutronen wäre überdies die Aussagekraft des Verfahrens noch wesentlich schlechter als in dem von den Autoren untersuchten Energiebereich von Neutronen, die am Reaktor frei werden, da das meistens interessierende Gebiet des Maximums der Reaktorneutronenverteilung bei 1 MeV liegt.

Anknüpfend an dieses Verfahren finden sich in der Literatur viele Arbeiten, in denen vielleicht noch die eine oder andere Kernreaktion zu dem Detektorsystem von HURST hinzugefügt ist, die aber im wesentlichen ebenfalls die tiefgreifenden Vereinfachungen der Wirkungsquerschnitte praktizieren.

Eine andere einschränkende Voraussetzung wurde von DIRCHX zur Berechnung des Spektrums von Reaktorneutronen angesetzt, indem er sein Verfahren speziell auf eine bestimmte Energieverteilung zuschnitt, nämlich auf das Spektrum schneller Reaktorneutronen. Er näherte die Energieverteilung durch eine Exponentialfunktion an:

$$f(E) \approx Ae^{-kE}$$

Das Verfahren läuft darauf hinaus, die Konstanten A und K zu bestimmen.

DIETRICH versucht mit der Annahme, das wirkliche Spektrum sei als Produkt aus Spaltspektrum und einem Faktor f(α,E) darstellbar, aus den gemessenen Aktivitäten auf die Energieverteilung der schnellen Neutronen am Reaktor zu schließen. Sinngemäß ist auch dieser Ansatz nur auf ein Spaltspektrum anwendbar.

Diese Darstellung der gebräuchlichen Praktiken zur Ausnutzung von Aktivierungsmessungen, die natürlich bei der großen Zahl von möglichen Variationen zu den oben zitierten Verfahren keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben kann, zeigt schon sehr deutlich, daß eine mathematisch exakte Auswertung, die natürlich auch in einem Näherungsverfahren bestehen kann, zu dem genannten Problem kaum existiert.

Deshalb sei hier besonders das Verfahren von LAMBERIEUX zitiert, der das Spektrum f(E) durch eine Linearkombination orthonormierter Funktionen annäherte.

$$f(E) = \sum_{K=1}^{L} a_K \, \psi_K(E)$$

Dieser Ansatz kann zur Berechnung der Funktion f(E) [illegible] gemacht werden, da f(E) eine stetige Funktion sein muß

Für die Orthonormalfunktionen $\psi_K(E)$ hatte LAMBERIEUX ein besonderes Konstruktionsverfahren ausgearbeitet. Er stellte die $\psi_K(E)$ als Linearkombinationen der Wirkungsquerschnitte dar:

$$\psi_K(E) = \sum_{i=1}^{k} qik \, \sigma_i(E)$$

Nach dem SCHMIDT'schen Orthonormalisierungsverfahren, das auf dem Verschwinden des Integrals über zwei verschiedene ψ_j (E) beruht, errechnete er die Koeffizienten q_{ik}:

$$\int_0^{Em} \psi_i(E)\psi_k(E)\,dE = \delta ik$$

$$q_{ik} = \frac{\int_0^{Em} \delta_i(E)U_k(E)\,dE}{\int_0^{Em} U_k^2(E)\,dE \cdot \sqrt{\int_0^{Em} U_k^2(E)\,dE}}$$

Hier sind die $U_k(E)$ die zunächst berechneten Orthogonalfunktionen.

Im weiteren Verlauf der Berechnung praktiziert LAMBERIEUX einige Umformungen der Ausgangsgleichung

$$A_i = N_i \int_0^{Em} f(E)\sigma_i(E)\,dE$$

indem er f(E) durch die Linearkombination der $\psi_k(E)$ ersetzt; und die Wirkungsquerschnitte $\sigma_i(E)$ aus den Gleichungen

$$\psi_k = \sum_{i=1}^{k} q_{ki}\,\sigma_i(E)$$

eliminiert. Unter Verwendung der Matrizenschreibweise für die Gleichungssysteme findet er schließlich eine relativ einfache Bestimmungsgleichung für f(E):

$$f_n = (A)^t\,(q)^t\,(q)\,(\sigma)_n$$

f_n bedeutet hier den Wert der Funktion f(E) an der Stelle E_n der Energieskala, für die der Vektor (σ) explizit angeschrieben wurde. Die Bezeichnung der Matrizenklammern mit einem hochgestellten t deutet daraufhin, daß die transponierten Matrizen einzusetzen sind.

Der Vorteil des Verfahrens liegt in der einfachen Form der Bestimmungsgleichung für die Werte f_n, die natürlich für jeden interessanten Punkt der Energieskala neu berechnet werden muß.

Diese Methode war in der Diplomarbeit von D. PIROTH 1964 zur Bestimmung der Energieverteilung schneller Neutronen angewandt worden. Sie ist dort genauer beschrieben. Damals kamen aus technischen Gründen nur fünf Aktivierungsdetektoren zum Einsatz.

Die Ermittlung des Spektrums nach dem Vorschlag von LAMBERIEUX besticht zwar durch die elegante Formulierung der Bestimmungsgleichung für f(E), sie hat jedoch einen entscheidenden Nachteil, da sie zur Konstruktion der Orthonormalfunktionen $\psi_k(E)$ eine Linearkombination der Wirkungsquerschnitte einsetzt. Obwohl gerade diese Maßnahme zu der charakteristisch einfachen Endgleichung führt, liegt hier der schwache Punkt der Methode; denn damit hängt die Wirksamkeit, ja überhaupt das Funktionieren der SCHMIDT'schen Orthonormalisierung nur noch von dem zufälligen Verlauf der Wirkungsquerschnitte ab. So läßt sich eine Orthogonalisierung schon nicht mehr durchführen, wenn zwei der Wirkungsquerschnitte linearabhängig sind, ein Umstand, der zwar kaum exakt erfüllt ist, der aber beispielsweise bei dem hier vorliegenden Detektorsystem soweit gegeben ist, daß die Integralausdrücke

$$\int_0^{Em} \psi_i(E)\psi_k(E)\,dE = \delta_{ik}$$

nicht mehr genügend klein in allen Fällen werden für i = k.

Auf Seite 82 bis 86 ist das Algolprogramm zur Berechnung der Funktionen $\psi(E)$ nach dem LAMBERIEUX'schen Prinzip dargestellt. In Tabelle 4 sind Ergebnisse der Integralausdrücke

$$\int_{0}^{Em} \psi_i(E)\, \psi_k(E)\, dE$$

aufgeführt. Die Werte zeigen, daß die Integrale sehr unterschiedlich klein werden, und in einigen Fällen kann man nicht mehr davon sprechen, daß die berechneten Werte praktisch verschwinden. Damit fällt schon aus mathematischen Gründen dieses Verfahren zur Auswertung der Aktivitäten bei dem vorliegenden Detektorsystem aus.

Aber auch wenn es gelingen würde durch Elimination einiger Detektoren die lineare Abhängigkeit einiger Wirkungsquerschnitte zu beseitigen, so bliebe dennoch festzustellen, daß auch die Funktionen $\psi_k(E)$ durch den Verlauf der Wirkungsquerschnitte bestimmt sind; damit erhebt sich die Frage nach der Zweckmäßigkeit der Konstruktion von $\psi_k(E)$ durch die Wirkungsquerschnittsfunktionen. Man überlegt sich in diesem Zusammenhang leicht, daß die Wirkungsquerschnitte $\sigma_i(E)$ wenig geeignet sind, als Basisfunktionen für Linearkombinationen zu dienen, die den Verlauf von Verteilungsfunktionen annähern sollen, welche praktisch keine Ähnlichkeit mit den Wirkungsquerschnitten aufweisen.

Nach dieser kritischen Bemerkung zu dem mathematischen Auswerteverfahren von LAMBERIEUX sei jedoch festgestellt, daß die Methode im Gegensatz zu fast allen anderen Näherungsmethoden nicht auf das Problem hinausläuft, ein lineares Gleichungssystem zu lösen. Darin liegt der große Vorteil der Methode; denn die Auflösung von linearen Gleichungssystemen, die in diesem Zusammenhang entstehen, stößt, wie weiter unten noch ausführlich dargelegt wird, unter Umständen auf beachtliche Schwierigkeiten.

B IV b) Zerlegung der Integralgleichung in ein System linearer Gleichungen

Die bekannte Gleichung

$$A_i = N_i \int_o^{Em} f(E)\sigma_i(E)\, dE \; (1 - e^{-\lambda t_o}) \qquad (18)$$

$$i = 1 \ldots . 12$$

durch die A in Relation zu der Energieverteilung der Neutronen gesetzt wird, kann zunächst auf Grund der Normierung der Meßwerte in der einfachen Form

$$A_i = N_i \int_o^{Em} f(E)\sigma_i(E)\, dE \qquad (19)$$

geschrieben werden; denn unterschiedliche Bestrahlungsdauer und Intensität der Neutronenquelle waren, wie besprochen, durch das Verfahren der Eichung der Meßwerte eliminiert worden.

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im folgenden immer die Aktivität je Detektoratom, $a_i = \frac{Ai}{N_i}$ eingesetzt.

Gleichung 19 nimmt dann folgende Schreibweise an:

$$a_i = \int_o^{Em} f(E)\sigma_i(E)\, dE \qquad (20)$$

Hier deutet der Index i an, daß es sich um ein System von Gleichungen handelt. Der Index i steht hier wie im folgenden immer für die Zahlen 1 bis 12.

ALGOL-PROGRAMM zur Berechnung von Näherungsspektren
nach der Methode von Lambérieux

```
ALCOR TR 4
'BEGIN'
'INTEGER'M,LAMBDA,J,I,K,H,N,L,II,KK,MM,HH,E,G,IA,KA,S,SS,
                                    UU,VV,EA,GA,V,
HHH,KH,Y,
JJ,
EE,GG,O,SR,X;
'REAL' Z,QHH,W2HHK,W1,W,QKK,ZZZ,MIN,MA;
READ (M,LAMBDA,J);
'BEGINN'
'ARRAY'U,SIGMA,PST/1:LAMBDA,o:M/,D,PS,FF/o:M/,
A/L:J,1:LAMBDA/,P1,P3/o:M,o:1/,P2/o:M,1:LAMBDA/,Q,
W3/1:LAMBDA,1:1/,
AA/1:LAMBDA,L:J/,
WZ/1:LAMBDA/,
T/1:J,1:LAMBDA/,
DL/1:J,1:1/,F/1:j,o:M/,
    P8/o:M,1:LAMBDA/,
RR,RS,QT,CQ,RL,R/1:LAMBDA,1:LAMBDA/
;
'REAL' 'PROCEDURE' INT(V,N,H);
'ARRAY'V; 'INTEGER'N,H;
'BEGIN'
'REAL'SUM1, SUM2; 'INTEGER' X,Y,S;
S:=M-2;
SUM1:=SUM2:=o;
'FOR' X:=2 'STEP' 2'UNTIL' S'DO'
'BEGIN'
SUM1:=SUM1+V/X-1,H/;
SUM2:=SUM2+V/X,H/;
'END';
INT:=(V/o,H/+V/M,H/+4x(SUM1+V/M-1,H/)+2xSUM2)xo.1666666666;
```

```
'END';
'PROCEDURE' MAMULT (Z1,Z2,GZ1,GS1,GS2)RESULT:(C);
'ARRAY' Z1,Z2,C; 'INTEGER'GZ1,GS1,GS2;
'BEGIN'
'INTEGER' I1,K1,M1; 'REAL' CC;
'FOR'I1:=1 'STEP' 1 'UNTIL' GZ1'DO'
'FOR' K1:=1'STEP' 1 'UNTIL'GS2 'DO'
'BEGIN'
CC:=0;
'FOR' M1:=1 'STEP'1'UNTIL' GS1 'DO'
CC:=CC+Z1/I1,M1/xZ2/M1,K1/;C/I1,K1/:=CC
'END'
'END';
'FOR' KA:=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' IA:=1 'STEP' 1'UNTIL' J 'DO'
'BEGIN'
READ (AA/KA,IA/);
A/IA,KA/:=AA/KA,IA/
'END';
'FOR'II:=1 'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' KK:=0'STEP' 1'UNTIL' M 'DO'
'READ (SIGMA/II,KK/);
'FOR'MM:=0 'STEP' 1 'UNTIL 'M 'DO'
READ (D/MM/);
M:=M-1;
'FOR' K:=1 'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' N:=0 'STEP'1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
'IF' K 'EQUAL' 1'THEN' 'BEGIN' U/K,N/:=0;
'GOTO' MARKE 'END';
'FOR'L:=1 'STEP'1 'UNTIL' K-1 'DO'
'BEGIN' 'IF' L 'EQUAL' 1 'THEN'
'BEGIN' U/K,N/:=0 'END';
U/K,N/:=U/K,N/+R/K,L/xU/L,N/
'END';
MARKE:
```

```
U/K,N/:=U/K,N/+SIGMA/K,N/;
ZZZ:=U/K,N/;
H:=1;
P1/N,H/:=ZZZxZZZ;
'IF' N 'EQUAL' N 'THEN'
'BEGIN'
W1:=INT(P1,N,H); W:=SQRT(W1); QKK:=Q/K,K/:=1/W;
RL/K,K/:=1/W;
WZ/K/:=W;
'END';
O:=1; P3/N,H/:=SIGMA/K,N/xD/N/;
'IF' N 'EQUAL' N 'THEN'
'BEGIN'
W3/K,O/:=INT(P3,N,4,);
'END';
'FOR'HHH:=K+1'STEP'1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
P2/N,HHH/;=ZZZxSIGMA/HHH,N/;
'IF' N 'EQUAL' N 'THEN'
'BEGIN'
'FOR'KH:=K+1 'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
W2HHK:=INT(P2,N,KH);
R/KH,K/:=-W2HHK/W1;
'END'
'END'
'END';
'FOR' X :=2 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' Y:= 1'STEP' 1 'UNTIL' Y-1 'DO'
'BEGIN'
RS/Y,Y/:=R/X,Y/;
'IF' X-1 'EQUAL' Y 'THEN' 'GOTO' MK2;
V:=Y;
MK1:
RS/X,Y/:=RS/V,Y/+R/X,V+1/xRS/V+1,Y/;
V:=V+1;
```

```
'IF' V 'EQUAL' V-1 'THEN' 'GOTO' MK2;
'GOTO' MK1;
MK2:
'END';
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA -1 'DO'
'FOR' KH:=K+1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
QHH:=Q/KH,K/:=RS/KH,K//WZ/KH/;
RL/KH,K/:=R/KH,K//WZ/KH/;
'END';
'FOR' EA:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' GA:=EA+1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
Q/EA,GA/:=0;
'FOR' E:=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' G:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
QT/G,E/:=Q/E,G/;
'END';
MAMULT(QT,Q,LAMBDA,LAMBDA,LAMBDA) RESULT:(CQ);
PRINT (CQ);
WRITE('(' F(/J,M/) ')');
MAMULT (A,CQ,J,LAMBDA,LAMBDA) RESULT:(T);
MAMULT (T,SIGMA,J,LAMBDA, M) RESULT:(F);
MAMULT (T,W3,J,LAMBDA,1) RESULT :(DL);
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:= 0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
P8 N'K:=PSI K,N xPSI I,N
'IF' N'EQUAL' M 'THEN'
RR K,I:=INT (P8,N,K);
'END'
'END'
'END';
PRINT ('('INTEGRALE PSIxPSI')');
```

```
PRINT (RR);
'END';
'END';
'END';
```

9.10^{-1} 6.10^{-11} -2.10^{-10} -5.10^{-10} 6.10^{-11} 6.10^{-10} 2.10^{-10}
-10^{-11} -3.10^{-12} 10^{-9} 10^{-10} 3.10^{-10}

6.10^{-11} 9.10^{-1} -8.10^{-10} 2.10^{-9} 10^{-11} -3.10^{-9} -4.10^{-9} 10^{-9}
3.10^{-11} 5.10^{-9} -10^{-9} -2.10^{-9}

-2.10^{-10} -8.10^{-10} 9.10^{-1} 3.10^{-9} -10^{-9} 2.10^{-8} 3.10^{-9} -4.10^{-9}
-3.10^{-11} -2.10^{-8} 10^{-8} 7.10^{-8}

3.10^{-9} -4.10^{-9} -3.10^{-11} 1^{-8} 10^{-8} 7.10^{-9} -5.10^{-11} $2-10^{-9}$
3.10^{-9} 9.10^{-11} -10^{-7} -3.10^{-8} 4.10^{-8}

6.10^{-11} -10^{-11} -10^{-9} -2.10^{-8} 1 10^{-8} 2.10^{-8} 4.10^{-8} -10^{-10}
10^{-7} 7.10^{-9} $2-10^{-7}$

6.10^{-10} -3.10^{-9} 2.10^{-8} -3.10^{-9} 10^{-8} 9.10^{-1} 3.10^{-9} -10^{-7}
-2.10^{-10} -4.10^{-7} 10^{-8} -6.10^{-7}

2.10^{-10} -4.10^{-9} 3.10^{-9} 7.10^{-9} 2.10^{-8} 3.10^{-9} 1 -4.10^{-8}
10^{-11} 3.10^{-8} 3.10^{-6} 10^{-7}

-10^{-11} 10^{-9} -4.10^{-9} 2.10^{-8} 4.10^{-8} -4.10^{-7} -4.10^{-8} 1
3.10^{-10} 2.10^{-8} -8.10^{-8} -4.10^{-6}

-3.10^{-12} 3.10^{-11} -3.10^{-11} 9.10^{-11} -10^{-10} -2.10^{-10} 10^{-11}
3.10^{-10} 9.10^{-1} -3.10^{-10} 9.10^{-1} -3.10^{-10} -4.10^{-10} 5.10^{-10}
10^{-9} 5.10^{-9} -2.10^{-8} -10^{-7} 10^{-7} -4.10^{-7} 3.10^{-8} -2.10^{-8}
-3.10^{-10} 9.10^{-1} -10^{-7} -10^{-7}

-10^{-10} -10^{-9} 10^{-8} -3.10^{-8} 7.10^{-9} 10^{-8} 3.10^{-8} -8.10^{-8}
-4.10^{-10} -10^{-7} 9.10^{-1} -2.10^{-7}

3.10^{-10} -2.10^{-9} 7.10^{-9} -4.10^{-8} -4.10^{-8} 2.10^{-7} -6.10^{-7}
-1.10^{-7} $5..10^{-10}$ -10^{-7} -2.10^{-7} 9.10^{-1}

Aus der Mathematik ist bekannt, daß ein Integral nichts weiter als den Grenzwert einer Summierung von Produkten $g_e(x) \cdot \Delta x_e$ mit beliebig klein werdendem Δx_e darstellt. Zu der Funktion g(x) existiert immer eine Stammfunktion G(x), deren Ableitung G'(x) = g(x) ist, wenn g(x) im gesamten betrachteten Bereich stetig ist. Engere Voraussetzungen über g(x), die ebenfalls noch die Bildung einer Stammfunktion zulassen, brauchen hier nicht diskutiert zu werden, da angenommen werden darf, daß g(x) in unserem speziellen Fall eine stetige Funktion ist, wenn wir nämlich g(x) mit dem Produkt $f(E)\sigma_i(E)$ identifizieren.

Damit ist also prinzipiell die Möglichkeit gegeben, Gleichung 20 in folgender Weise zu schreiben:

$$a_i = \int_0^{Em} f(E)\sigma_i(E)\,dE = \lim_{s \to \infty} \left(\sum_{k=1}^{s} f_k \sigma_{ik} \Delta E_k \right) \qquad (21)$$

f_k und σ_{ik} sind hier die Mittelwerte der Funktionen f(E) und $\sigma_i(E)$ im k-ten Energieintervall ΔE_k. Näherungsweise ist Gleichung 21 auch bestimmt, wenn k bis zu dem endlichen Wert s läuft:

$$a_i \sim \sum_{k=1}^{s} f_k \sigma_{ik} \Delta E_k \qquad (22)$$

Die Güte der Näherung (22) bei bestimmtem s läßt sich nicht in allgemein gültiger Form abschätzen, da sie wesentlich von der Art der Funktionen $f(E) \cdot \sigma_i(E)$ bestimmt wird, und f(E) kann als unbekannte Funktion generell beliebig gestaltet sein.

Man überlegt sich leicht, daß die Näherung (22) exakt dem Wert a_i gleichkäme, wenn beispielsweise $f(E) \cdot \sigma_i(E)$ einen konstanten Verlauf zwischen 0 und 16 MeV hätte, daß aber a_i umso schlechter mit der Summenzerlegung übereinstimmt, je unregelmäßiger $f(E) \cdot \sigma_i(E)$ verläuft.

Zu der Formulierung (22) kommt man auch auf einem anderen Wege. Bekanntlich kann jede stetige Funktion durch eine Kombination orthonormierter Funktionen angenähert dargestellt werden.

Ein einfaches System solcher Orthonormalfunktionen erhält man durch Rechteckfunktionen, von denen keine mit einer anderen einen gemeinsamen Punkt≠0 auf der Energieskala hat, und die ausserdem alle positiv und nur für ein Energieintervall gleich 1 sind. Nennt man diese Funktionen $\psi_k(E)$, so gilt die bekannte Orthonormalitätsrelation

$$\int_0^{Em} \psi_i(E)\psi_k(E)\,dE = \delta_{ik}$$

Mit den beschriebenen ψ (E) kann man einen Näherungsansatz machen:

$$f(E) \sim \sum_{k=1}^{s} a'_k \psi_k(E) \qquad (23)$$

Setzt man Gleichung (23) in die Beziehung (21) ein, so ergibt sich folgende Relation:

$$a_i = \int_0^{Em} \left(\sum_{k=1}^{s} a'_k \psi_k(E) \right) \sigma_i(E)\,dE \qquad (24)$$

$$a_i = \sum_{k=1}^{s} a'_k \int_0^{Em} \psi_k(E)\sigma_i(E)\,dE \qquad (25)$$

Da aber die $\psi_k(E)$ nur im Energieintervall ΔE_k konstant identisch 1 sind, kann weiter vereinfacht werden:

$$a_i = \sum_{k=1}^{s} a'_k \int_{\Delta E_k} \sigma_i(E)\, dE$$

$$a_i = \sum_{k=1}^{s} a'_k\, \sigma_{ik}\, \Delta E_k \qquad (26)$$

Hier hat σ_{ik} die oben beschriebene Bedeutung. Gleichung (26) entspricht formal vollkommen der Gleichung (22), und sinngemäß haben die Koeffizienten a'_k die gleiche Bedeutung wie die f_k in Gleichung (22), was man aus dem Näherungsansatz (26) leicht abliest. In beiden Fällen wird die Näherung umso besser je mehr Energieintervalle ΔE_k zur Verfügung stehen.

Die Gleichungen (22) und(26) stellen nun Gleichungssysteme mit jeweils soviel Gleichungen dar, wie Detektoren benutzt wurden. Da im vorliegenden Fall 12 Kernreaktionen ausgewertet wurden, liegen also jeweils 12 Gleichungen vor, die nur dann eindeutig lösbar sind, wenn der gesamte Energiebereich in ebenso viele Intervalle aufgeteilt wird.

Damit ist die physikalische Aufgabe ein mathematisches Problem geworden, nämlich die Lösung eines Gleichungssystems mit 12 Unbekannten.

Diese Aufgabe kann nur noch mit einem elektronischen Rechner gelöst werden.

Hier stand die zentrale Rechenanlage der Universität Marburg zur Verfügung. Alle Rechnungen, die im folgenden beschrieben werden und deren Lösung mit einem Elektronenrechner herbeigeführt werden mußte, wurden an dem Rechner T R 4 durchgeführt.

Die Lösung eines linearen Gleichungssystems bietet im Normalfall keine ernsthaften Schwierigkeiten, wenn man einen Rechner zur Verfügung hat. Ein Normalfall ist dann gegeben, wenn das Koeffizientenschema des Gleichungssystems keine ungewöhnlichen Formen annimmt und wenn die Inhomogenitäten exakte Werte darstellen.

Beide Voraussetzungen sind hier nicht erfüllt; denn das Koeffizientenschema wird praktisch ausschließlich vom Verlauf der Wirkungsquerschnitte bestimmt, und die Inhomogenitäten sind Meßwerte mit einer mehr oder weniger guten Genauigkeit.

Zum besseren Verständnis der folgenden Überlegungen sei das Koeffizientenschema der $\sigma_{ik}\Delta E_k$ einmal vollständig aufgeschrieben. Die Zahlenangaben sind in millibarn · MeV gemacht.

900	164	47	30	24	24	14	10	4	3	2	2
1,8	72	96	128	217,5	290	278	188	105	85	62	40
0	2,5	6	25	75	160	200	157	97	90	80	63
0	0	0	1	22,5	80	140	143	107	105	102	92
0	0	0	0	1,5	132	280	288	207	210	206	190
0	0	0	0	7,2	72	154	173	125	127	117	95
0	0	0	0	0	0	170	743	670	865	1050	1140
0	0	0	0	0	0	0	116	260	456	600	710
0	0	0	0	0	0	0	0	40	132	260	312
0	0	0	0	0	0	0	0	24	125	325	555
0	0	0	0	0	0	0	0	15	37	45	55
0	0	0	0	0	0	0	0	1	22	42	46

An dieser Matrix fällt zunächst auf, daß hier weitgehend eine Halbdiagonalform vorliegt, die durch die unterschiedlichen Reaktionsschwellen der einzelnen Detektoren bedingt ist. Auf den ersten Blick glaubt man in dieser Tatsache einen Vorteil bei der Berechnung des Gleichungssystems zu erkennen, denn Lösungsverfahren wie etwa der GAUß'sche Algorithmus laufen ja gerade darauf hinaus, die Koeffizientenmatrix in Halbdiagonalform zu bringen; denn dann kann durch einfaches rekursives Einsetzen, von der letzten Zeile beginnend, der gesamte Lösungsvektor bestimmt werden.

Unter diesem Gesichtspunkt wurde die Auflösung des Gleichungssystems auch zunächst nach der Methode des GAUß'schen Algorithmus begonnen.

Zuvor muß aber noch eine Bemerkung zu der Aufteilung des Gesamtenergiebereiches von 0 bis 16,5 MeV in die 12 Intervall gemacht werden; denn eine völlig einheitliche Größe aller ΔE_i würde das Gleichungssystem unlösbar machen.

Würde man nämlich eine einheitliche Intervallgröße von 1,375 MeV zur Grundlage der Aufteilung des Energiebereiches machen, so würde der Fall eintreten, daß an einigen Stellen des Koeffizientenschemas Nulldiagonalelemente stünden. Damit wäre das Gleichungssystem aber praktisch unlösbar geworden, da der Wert der Koeffizienten-Determinante somit auch verschwinden würde, und der Quotient aus der Determinante D_i, in welcher die i-te Spalte durch die Inhomogenität ersetzt ist, und der im Nenner stehenden Koeffizientendeterminante wäre nicht mehr definiert.

Durch geeignete Wahl der Größe der Energieintervalle kann man diesem Effekt entgegenwirken, wenn man nämlich generell im unteren Energiebereich größere Intervalle definiert als im oberen. Dadurch verschiebt man in dem Koeffizientenschema praktisch die Energieschwellen in weiter unten gelegene Intervalle.

Hier wurde die Einteilung so vorgenommen, daß in dem Bereich, in dem zunächst die Nullelemente auf der Diagonalen erscheinen, größere Intervalle erklärt wurden. So ergab sich schließlich für die vorliegende Koeffizientenmatrix folgende Größeneinteilung der Energieintervalle:

ΔE_1 = 2 MeV, ΔE_2 = 1,5 MeV, ΔE_3 = 1 MeV, ΔE_4 = 1 MeV,
ΔE_5 =1,5 MeV, ΔE_6 = 2 MeV, ΔE_7 = 2 MeV, ΔE_8 = 1,5 MeV,
ΔE_9 = 1 MeV, ΔE_{10}= 1 MeV, ΔE_{11}= 1 MeV, ΔE_{12}= 1 MeV

Auf das so formulierte Gleichungssystem wurde zunächst - wie besprochen - der GAUß'sche Algorithmus angewandt.

Zur Methode des GAUß'schen Algorithmus sei kurz erwähnt, daß das Koeffizientenschema zunächst in Halbdiagonalform gebracht und jedes Element der Diagonalen auf 1 normiert wird. Anschließend berechnet man rekursiv - von der letzten Zeile ausgehend - die Komponenten des Lösungsvektors. Zu dem Prinzip des GAUß'schen Algorithmus wurde ein Algol-Rechenprogramm entwickelt, das auf dem Rechner T R 4 zunächst mit theoretischen Aktivitätswerten getestet wurde. Diese theoretischen Aktivitäten waren bis auf 1 % genau einer Spalte des Koeffizientenschemas gleich; als Lösung des Systems mußte also die der betreffenden Spalte entsprechende Komponente des Lösungsvektors mit dem Wert 1 auftreten.

Es zeigte sich jedoch, daß eine solche Lösung nie exakt erreicht wurde, sondern der Lösungsvektor enthielt sehr unterschiedliche Komponenten mit positiven und negativen Werten.

Natürlich war das Rechenprogramm zuvor mit normalen Daten getestet worden, und es arbeitete auch völlig zufriedenstellend. Der Fehler war also in dem System der vorliegenden Daten, genauer in dem Koeffizientenschema zu suchen.

Ebenso wenig wie der GAUß'sche Algorithmus führte die Methode der Auflösung eines Gleichungssystems mit Hilfe von Determinanten zum Erfolg; denn beide Verfahren zählen zu den exakten Lösungsmethoden, die nur dann eingesetzt werden können, wenn der Vektor der Inhomogenitäten besser als nur auf 1 % genau ist.

Zur Klärung der Frage, warum die genannten Verfahren hier nicht zum Ziele führen, wurde der Prozess der Umwandlung des Koeffizientenschemas in Halbdiagonalform beim GAUß'schen Algorithmus durch eine entsprechende Programmierung der Datenausgabe laufend kontrolliert.

Dabei wurde ersichtlich, daß schon beim Umwandlungsprozess Diskrepanzen zwischen den Koeffizienten der mit 1 angesetzten Lösungskomponente und der entsprechenden Inhomogenität auftraten. Diese Abweichungen zeigten sich an den Stellen im Koeffizientenschema, die beim Umformungsprozess von besonders kleinen Diagonalelementen beeinflußt worden waren.

Die beiden zitierten Verfahren scheiterten also an dem Umstand, daß das Koeffizientenschema sehr kleine Diagonalelemente im Verhältnis zu den Koeffizienten hinter der Diagonalen aufweist und daß die Inhomogenitäten nur beschränkt genau sind. Man kann sich diesen Sachverhalt generell klarmachen, wenn man sich vor Augen hält, daß die exakten Verfahren eine Lösung völlig ausschließen, wenn ein Nullelement auf der Diagonalen erscheint. Geht man jetzt von einem unkritischen System in Halbdiagonalform aus, und verkleinert man nun ein Diagonalelement fortlaufend, so kommt man allmählich in einen Bereich, in dem der Lösungsvektor imm weniger exakt definiert ist. Hier stellt sich also das interessante Problem, daß die exakte Mathematik die physikalisch durchaus vorhandene Aussage nicht deuten kann; vielmehr hängt die Frage, ob die gemessenen Aktivitäten überhaupt in einem mathematischen Verfahren mit der Neutronen energieverteilung in Zusammenhang gebracht werden können, seh wesentlich von der Wahl der Energieintervalle ab.

Als nächster Schritt wurde das GAUß-SEIDEL'sche Näherungsverfahren zur Auffindung der Lösung des linearen Gleichungssystems herangezogen. Bei dem Verfahren wird zunächst ein Lösungsvektor $\vec{x}^{o}$ beliebig angenommen. Mit Hilfe des Vektors $\vec{x}^{o}$ wird dann auf folgende Weise der Vektor $\vec{x}^{1}$ in seinen einzelnen Komponenten x_k^1 berechnet: Es seien A_k die Inhomogenitäten und a_{ij} die Koeffizienten des Gleichungssystems, dann gilt:

$$x_k^1 = \frac{A_k}{a_{kk}} - \frac{a_{k1}}{a_{kk}} x_1^o - \frac{a_{k2}}{a_{kk}} x_2^o - \text{-----} \frac{a_{k2}}{a_{kk}} x_2^o \qquad (27)$$

In der Gleichung (27) wurde also lediglich eine Zeile des Gleichungssystems nach der Lösungskomponente x_k^1 aufgelöst, Wenn dann der 1. Näherungsvektor $\vec{x}^{1}$ mit all seinen Komponenten berechnet ist, kann eine zweite Approximation $\vec{x}^{2}$ entsprechend Gleichung (27) ermittelt werden. Diese Methode wurde ebenfalls programmiert, und es zeigte sich auch hier, daß die Lösungskomponenten nicht konvergierten, was durchaus zu erwarten war, da das Verfahren nur unter der Voraussetzung großer Diagonalelemente gegenüber den übrigen Zeilengliedern gut konvergiert.

Bekanntlich ist aber diese Voraussetzung hier nicht gegeben. Deshalb sollte auf künstlichem Wege durch Einmultiplizieren einer Hilfsfunktion in Form eines Vektors eine Vergrößerung der Diagonalelemente erreicht werden.

Folgende Hilfsfunktion war empirisch ermittelt worden:

$1{,}77 \cdot 10^5$	$3{,}68 \cdot 10^4$	$2{,}36 \cdot 10^4$	$6{,}56 \cdot 10^3$	$1{,}46 \cdot 10^3$
$5{,}6 \cdot 10^2$	45	18	8,17	4,8	3,2

Diese Hilfsfunktion wurde zeilenweise in die Koeffizientenmatrix einmultipliziert, und es entstand folgendes Schema:

$1,94.10^6$	$2,2.10^4$	$5,4.10^3$	$1,1.10^3$	$3,5.10^2$	$1,02.10^2$	28	43	0	0	0	0
$7,08.10^2$	$3,6.10^3$	$4,01.10^3$	$1,3.10^4$	$9,69.10^3$	$4,19.10^3$	$1,6.10^3$	$5,7.10^2$	38,3	14,5	6,43	2,75
0	736	2112	2952	3360	2000	981	483	40,1	16,8	8,7	4,8
0	0	$4,48.10^4$	$4,76.10^4$	$2,19.10^4$	$1,41.10^4$	$6,45.10^3$	$8,57.10^3$	$9,48.10^2$	63,1	28,1	6,62
0	0	0	131	280	277	201	154	18,7	8,75	4,89	2,91
0	0	0	0	70	394	403	394	50,5	23,1	12,6	7,2
0	0	0	0	70	671	632	637	732	33,9	19,6	12,4
0	0	0	0	0	0	0	43,7	41,5	23,8	15,7	9,9
0	0	0	0	0	0	0	16,2	24,4	22,1	17,9	14,4
0	0	0	0	0	0	0	1,62	7,38	7,03	6,14	5,31
0	0	0	0	0	0	0	0	1,62	4,0	4,86	4,35
0	0	0	0	0	0	0	0	0,19	0,98	1,2	1,21

Das vorliegende Gleichungssystem ist nicht durch Einmultiplikation der Hilfsfunktion in das oben beschriebene Koeffizientensystem entstanden, sondern aus einem System, dem eine geringfügig von der oben berechneten abweichende Aufteilung der Energieintervalle zu Grunde lag.

Man erkennt, daß die unterstrichenen Diagonalelemente in vielen Zeilen das absolut größte Element, in allen übrigen Zeilen zumindest dem größten Koeffizienten nahezu gleich sind.

Auf diese Daten angewandt, ergab das GAUß-SEIDEL-sche Iterationsverfahren den in Abb.34 gezeigten Lösungsvektor. Als Inhomogenitäten waren wiederum Spalten des Koeffizientensystems eingesetzt worden. Der Vorteil dieser theoretischen Aktivitäten liegt darin, daß sie das Gleichungssystem in bekannter Weise erfüllen; man kann also mit ihnen gewissermaßen das "Auflösungsvermögen" des Näherungsverfahrens studieren. In Zukunft werden solche Inhomogenitäten immer als Testdaten bezeichnet.

Die Eingabe dieser Daten in ein Rechenprogramm kommt der Wirkung eines Prüfimpulses im System einer Meßelektronik sehr nahe; denn auch mit einem Prüfimpuls kann man das Auflösungsvermögen der Nachweiselektronik prüfen. Außerdem gibt die Variation der Lage des Prüfimpulses im interessierenden Meßbereich sehr wichtige Aufschlüsse über die Linearität des Systems, und schließlich zeigt die Verformung des Prüfimpulses an, inwieweit Änderungen des Impulsverlaufes am Ausgang der Apparatur nur durch die Unzulänglichkeit der Elektronik oder durch einen echten Effekt hervorgerufen sind. Die gleichen Informationen können auch aus einem System von Testdaten gewonnen werden, wenn man einerseits die Nummer der Spalte ändert, die gleich Testinhomogenität gesetzt wird. So erfährt man, ob die Lösungsmethode linear arbeitet. Variiert man andererseits

die Form des angenommenen Spektrums, indem man nicht nur eine Lösungskomponente annimmt, sondern den Lösungsvektor aus mehreren Komponenten kombiniert, so ersieht man aus dem Ergebnis, inwieweit die Form der erhaltenen Lösung nun durch das mathematische Verfahren oder durch die eingegebenen Inhomogenitäten bedingt ist.

Mit dieser Methode der Prüfung des Auswerteverfahrens hat man also ein vorzügliches Mittel an der Hand, sich in jedem Fall völlige Gewissheit über die Tauglichkeit eines mathematischen Verfahrens zu verschaffen.

In Abb. 34 sind die den Testdaten entsprechenden Energieverteilungen durch eine unterbrochene Linie eingezeichnet.

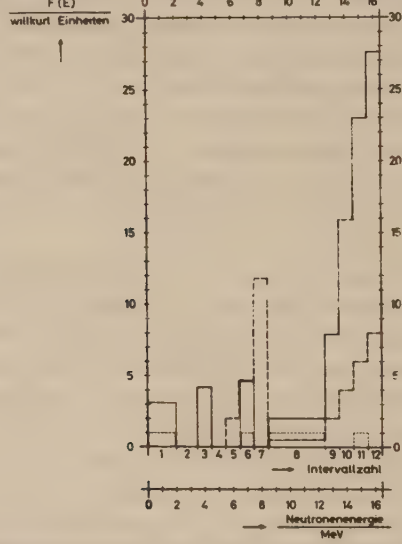


Abb.34:
Näherungslösungen, die nach dem GAUß-SEIDEL'schen Iterationsverfahren zu den Testspektren berechnet werden.

..... Näherung zum Testintervall 1
---------- Näherung zum Testintervall 6
_ • _ • _ • _ • _ • _ Näherung zum Intervall 8
_____ Näherung zum Intervall 11

Man überzeugt sich, daß die aus dem GAUß-SEIDEL'schen Iterationsverfahren resultierenden Lösungen den angenommenen nur sehr ungenügend entsprechen. Daraus muß geschlossen werden, daß das Koeffizientenschema auch nach Einmultiplikation der Hilfsfunktion für das GAUß-SEIDEL'sche Näherungsverfahren untauglich war.

Deshalb mußte die Lösung des Problems mit einem komplizierteren Näherungsverfahren in Angriff genommen werden, das unabhängig von der Größe der Diagonalelemente zu einer exakten Darstellung der Lösung führt, wenn nur der Wert der Koeffizientendeterminente ungleich Null ist.

So wurde nach dem Scheitern dreier Lösungsansätze das sogenannte "Residual-Verfahren" zur Bestimmung der Komponenten f_k aus Gleichung 12 in Angriff genommen.

Es werde mit(A)die Matrix der Koeffizienten A_{ij} bezeichnet, die aus den Produkten $\sigma_{ij}\ \Delta E_j$ gebildet wurden. $X_{\nu k}$ sei die k-te Lösungskomponente des v-ten Lösungsvektors $\vec{x}_\nu$ in der v-ten Iteration. Schließlich werde mit D_i die i-te Komponente des Aktivitätenvektors $\vec{D}$ bezeichnet.

In der nullten Näherung werde der Lösungsvektor $\vec{x}_o = 0$ angenommen. Dann gilt in O-ter Näherung:

$$(A) \cdot \vec{x}_o - \vec{D} = \vec{\gamma}_o \qquad (28)$$

In Gleichung (28) ist $\vec{\gamma}_o$ der Restvektor.

Für den Lösungsvektor $\vec{x}_1$ kann nun folgender Ansatz gemacht werden:

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_o - \mu\ (G)\ \vec{\gamma}_o \qquad (29)$$

Hier sind (G) eine Matrix und μ ein Zahlenparameter, die noch näher bestimmt werden müssen.

Führt man nun einen weiteren Restvektor $\vec{r}_1$ ein, so gilt folgende Beziehung in Näherung 1:

$$\vec{r}_1 = (A) \cdot \vec{x}_1 - \vec{D} \qquad (30)$$

Gleichung (30) ist analog zu Gleichung (28), und ebenso kann in Analogie zu (29) der zweite Lösungsvektor $\vec{x}_2$ definiert werden:

$$\vec{x}_2 = \vec{x}_1 - \mu\ (G)\ \vec{r}_1 \qquad (31)$$

So fortfahrend erhält man schließlich in (m+1)-ter Näherung

$$\vec{x}_m = \vec{x}_{m-1} - \mu\ (G)\ \vec{r}_{m-1} \qquad (32)$$

$$\vec{r}_{m-1} = (A)\ \vec{x}_{m-1} - \vec{D} \qquad (33)$$

Mit Gleichung (33) wird aus der Relation (32)

$$\vec{x}_m = \vec{x}_{m-1} - \mu\ (G)\ [\,(A)\ \vec{x}_{m-1} - \vec{D}\,] \qquad (34)$$

$$\vec{x}_m = \vec{x}_{m-1} - \mu\ (G)\ (A)\ \vec{x}_{m-1} + \mu\ (G)\ \vec{D} \qquad (35)$$

Damit ist Gleichung (35) offensichtlich eine Rekursionsformel, die man etwas vereinfachen kann durch die Einführung einer Matrix (P) und eines Vektors $\vec{k}$:

$$(P) = (E) - \mu\ (G)\ (A) \qquad (36)$$

$$\vec{k} = \mu\ (G)\ \vec{D} \qquad (37)$$

(E) ist die Einheitsmatrix.

Mit (36) und (37) erhält Gleichung (35) dann folgende Gestalt:

$$\vec{x}_m = (P)\,\vec{x}_{m-1} + \vec{k} \qquad (38)$$

Ob Gleichung (38) schließlich zur Konvergenz des Lösungsvektors führt, hängt jetzt nur noch von der Wahl der Matrix (G) und des Parameters μ ab, durch die (P) und $\vec{k}$ bestimmt werden.

Nach einem Lehrsatz der Analysis sind die Eigenwerte einer Matrix $(B)^t$ (B) reell und nicht negativ, wenn (B) reell ist. Deshalb sind alle Eigenwerte der Matrix $(A)^t$ (A) positiv, da laut Voraussetzung die Determinante von (A) ungleich Null war.

Somit kann also $(G) = (A)^t$ gewählt werden, so daß Gleichung (36) schließlich folgende Gestalt annimmt:

$$(P) = (E) - \mu\ (A)^t\ (A) \qquad (39)$$

Aus (37) wird nun

$$\vec{k} = \mu (A)^t \cdot \vec{D} \qquad (40)$$

Der Parameter μ kann sehr einfach abgeschätzt werden:

$$\mu = \frac{2}{\sigma} \qquad (41)$$

wobei σ kleiner als die 1. oder 2. Norm von $(A)^t(A)$ sein soll.

Dieses mathematische Verfahren wurde in der Algol-Programmsprache für den Rechner T R 4 programmiert.

Das Programm wurde gleich für eine Matrix von Inhomogenitäten eingesetzt. In dieser Inhomogenitätenmatrix sind die einzelnen Vektoren $\vec{D}$ spaltenweise angeordnet, so daß jeweils alle Meßwerte für eine Position in einer Spalte stehen.

Außerdem wurde in das Programm eine Prozedur eingebaut, die die berechneten Spektren graphisch darstellt, und am Schluß des Programms wurde das berechnete Spektrum entsprechend der unterschiedlichen Breite der einzelnen

Energieintervalle korrigiert; dabei wurden je MeV zwei Spektralwerte eingesetzt.

In einem weiteren Schritt wurden schließlich die Dosisleistungswerte für die einzelnen Bestrahlungspositionen berechnet.

Zu diesem Zweck mußte auch eine Integrationsprozedur in das Programm aufgenommen werden; dann konnte die Berechnung der Dosisleistung auf folgendem Wege vorgenommen werden:

Es sei D(E) der Verlauf der Einstoßdosis (First-Collision-Dose); dann gilt folgende Gleichung:

$$DL = \int_{0}^{Em} D(E)\, f(E)\, dE \qquad (42)$$

Dabei ist DL die Dosisleistung.

Das Programm normiert außerdem alle Aktivitäten in einem getrennten Abschnitt in der ersten Position auf 1.

Das Konvergenzkriterium des Iterationsprozesses ist hier durch folgende Gleichung festgelegt worden:

$$\left| |X_{v,k}| - |X_{v-1,k}| \right| < 0{,}00001\ |X_{v,k}|$$

Solange für eine Komponente des Lösungsvektors die Differenz zwischen den Beträgen der v-ten und (v-1)-ten Lösung größer als 0,01 % des Betrages der v-ten Näherung blieb, konnte der Iterationsprozess nicht abgebrochen werden.

Zunächst wurde das Programm mit 8 Spalten der Koeffizientenmatrix als Inhomogenitäten getestet.

Algol-Programm zur Berechnung des linearen Gleichungssystems.

```
'BEGIN'
'COMMENT' RESTVERFAHREN;
'INTEGER' JJ, J, V, I, K, LAMBDA, NON, GR, KK,GGR, TEST;
'INTEGER' KRIT;
'BOOLEAN' BOOL;
'REAL' MAX,CC,M,DD,XK,ABSX,AQQ;
'REAL' TS;
READ (LAMBDA,J);
TEST:=8;
NON:=2000;
NON:=20000;
NON:=50000;
'BEGIN'
'ARRAY' A,B,C,CCC/1:LAMBDA,1:LAMBDA/,
        ZW/1:LAMBDA/,
AQ/1:0,1:LAMBDA/,ZZZZ/1:LAMBDA/,
        D,Q/1:J,1:LAMBDA/,
TE/1:LAMBDA,1:TEST/,
DS/1:0,1:LAMBDA/,
X /:LAMBDA/,
T E/1:LAMBDA/,DDL/0:33/,
DL/0:33/,
MA/1:J/,MIN/1:J/,F/1:33/,
FF,Z,SUM/1:LAMBDA/;
'REAL' 'PROCEDURE' INT(V,N);
'ARRAY' V; 'INTEGER' N;
'BEGIN'
'REAL' SUM1, SUM2; 'INTEGER' X,Y,S;
S:=2;
SUM1:=SUM2:=0;
'FOR' X:=3 'STEP' 2'UNTIL' S 'DO'
'BEGIN'
SUM1:= SUM1+V/X-1/; SUM2:=SUM2+V/X/;
'END'INT:=(V/1/ +V/N/ +4x(SUM1+V/N-1/) +2xSUM2)xo.166666666;
'END';
```

```
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
READ (A/K,I/);
A/K,I/:=A/K,I/x11o -27;
B/I,K/:=A/K,I/;
'END';
WRITE('('KOEFF.-MATRIX')');
PRINT(A);
WRITE('('TRANSPONIERTE')');
PRINT (B);
'FOR' JJ:=1 'STEP' 1'UNTIL' J 'DO'
'FOR' I :=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
READ(D/JJ,I/);
D/JJ,I/:=D/JJ,I/x11o-2o;
'IF' D/JJ,1/ 'EQUAL' o 'THEN' 'GOTO' ME2;
DS/JJ,I/:=D/JJ,I/-D/JJ,1/;
ME2:
'END';
WRITE('('INHOMOGENITAETEN')');
PRINT (D);
'FOR' K:=o 'STEP' 1 'UNTIL' 33 'DO'
READ (DL/K/);
PRINT('('FIRST-COLL.-DOSE')',DL);
KRIT:=1;
'FOR'K:=1 'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR'I:=1 'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
      CC:=o;
'FOR'M := 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
      CC:=CC+B/K,M/xA/M,I/;
      C/K,I/:=CC;
'END';
WRITE('('A TRANS.')');
PRINT (C);
'FOR' K:=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
      SUM/K/:=o;
```

```
'FOR' I :=1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/K/:=SUM/K/+ABS(C/K,I/);
'IF' I 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
'BEGIN'
'IF' K 'EQUAL' 1 'THEN'
        MAX:=SUM/K/;
'IF' SUM/K/ 'GREATER' MAX 'THEN'
        MAX:=SUM/K/;
'END' 'END' 'END';
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
        SUM/I/:=0;
'FOR' K := 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/1/:=SUM/I/+ABS(C/K,I/);
'IF' K 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
'BEGIN'
'IF' SUM/I/ 'GREATER' MAX 'THEN'
         MAX:=SUM/I/;
END' 'END' 'END';
WRITE('('MAX! VON ZEILE U.SPALTE')');
PRINT (MAX);
        M:=2/MAX+
MM124:
'FOR' JJ:=1 'STEP'1'UNTIL' J 'DO'
'FOR' K :=1 'STEP'1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=0;
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=AQQ+B/K,I/xD/JJ,I/;
'IF' I 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
AQ/JJ,K/:=MxAQQ;
'IF' I 'EQUAL' K 'THEN' 'GOTO' MAR1;
        CCC/K,I/:=-MxC/K,I/;
'GOTO' MAR2;
MAR1:
        CCC/K,I/:=1-MxC/K,1/;
MAR2:
```

```
'END' 'END';
WRITE('('TRANSP.xINH.')');
PRINT (AQ);
WRITE('('P')');
PRINT (CCC);
'FOR' JJ:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO'
'BEGIN'
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
Z/I/:=0;
GGR:=GR:=1;
ME:
GR:=GGR;
'IF' GR 'EQUAL' NON 'THEN'
'GOTO' MAR3;
'FOR' K := 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
XK:=AQ/JJ,K/;
'FOR' I:= 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
XK:=XK+CCC/K,I/xZ/I/;
FF/K/:=X/K/:=XK;
ABSX:=ABS(XK);
'IF' ABS(ABSX-ABS(Z/K/))''GREATER' 0,0001xABSX 'THEN'
'BEGIN'
GGR:=GR+1;
BOOL:='TRUE';
'END'
'ELSE' BOOL:='FALSE';
ZZZZ/K/:=Z/K/;
Z/K/:=X/K/;
'END';
'IF'BOOL 'THEN' 'GOTO' ME;
MAE:
WRITE('('LOESUNG IN POSITION')');
PRINT (JJ,Z);
'FOR' K:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'IF' K 'EQUAL' 1 'THEN'
'BEGIN'
KK:=K;
```

```
MA/JJ/:=MIN/JJ/:=FF/K/;
'GOTO' MR3;
'END';
MR2:
KK:=KK+1;
MR5:
F/KK/:=FF/K/;
MR1:
KK:=KK+1;
F/KK/:=FF/K/;
'IF' F/KK/ 'GREATER' MA/JJ/ 'THEN'
MA/JJ/:=F/KK/;
'IF' F/KK/ 'NOTGREATER' MIN/JJ/ 'THEN'
MIN /JJ/:=F/KK/;
'IF' MIN/JJ/ 'GREATER' 0 'THEN' MIN/JJ/:=0;
'IF' 0 'GREATER' MA/JJ/ 'THEN' MA/JJ/:=0;
'IF' KK 'GREATER' 3 'THEN' 'GOTO' MR5;
'IF' K 'EQUAL' 1 'THEN'
'GOTO' MR2;
MR5:
'IF' KK 'GREATER' 6 'THEN' 'GOTO' MR6;
'IF' K 'EQUAL' 2 'THEN'
'GOTO' MR1;
MR6:
MR7:
'IF' KK 'EQUAL' 13 'THEN' 'GOTO' MR1;
'IF' KK 'EQUAL' 16 'THEN' 'GOTO' MR2;
'IF' KK 'EQUAL' 20 'THEN' 'GOTO' MR2;
'IF' KK 'EQUAL' 24 'THEN' 'GOTO' MR1;
'END';
'FOR' K:=1'STEP' 1 'UNTIL' 33 'DO'
DDL/K/:=DL/K/xF/K/;
DD:=INT (DDL,33);
PRINT('('DOSISLEISTUNG')',DD);
'END';
WRITE('('MAXIMA')');
PRINT(MA);
WRITE('('MINIMA')');
PRINT(MIN);
'GOTO' MAR4;
MAR3:
```

```
WRITE ('('LINGL ABBRUCH BEI NON=')');
PRINT (NON);
WRITE('('IN POS.')');
PRINT (JJ);
PRINT ('('Z')');
PRINT (Z);
PRINT ('('X')');    PRINT (X);
MAR4:
KRIT:=KRIT+1;
'IF' KRIT 'GREATER' 2 'THEN'
'GOTO' ENDE;
'FOR'JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' TEST 'DO'
'BEGIN'
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
TS:=0;
'FOR' I :=1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
TS:=TS+TE/I,JJ/xA/K,I/;
D/JJ,K/:=TS;
'END';
'END';
PRINT('('PRUEFAKTIVITAET')'),D);
J:=TEST;
'GOTO' ME124;
ENDE:'END'
'END';
```

Die Abbildungen (35) bis (40) zeigen die Lösungen, die zu den erwähnten Testspektren errechnet werden. In den graphischen Darstellungen sind jeweils die Prüfspektren mit eingezeichnet. Man erkennt, daß alle Lösungen zumindest den angesetzten Verteilungen entsprechen. Wenn auch nicht alle Reproduzierungen als ausreichend genau angesehen werden können, so ist doch demonstriert, daß die Lösungsvektoren wesentlich besser sind als die in Abb.(34) gezeigten Näherungen entsprechend dem Gauß-Seidel'schen Iterationsverfahren.

Man muß sich bei der Diskussion der Ergebnisse stets vor Augen halten, daß hier immer nur Näherungsansätze zu den Lösungen geführt haben, und daß die Güte der Approximation sehr wesentlich vom Verlauf des Integranden abhängt.

In dem jetzt diskutierten Falle der Summenzerlegung des Integrals

$$\int_0^{E_m} \sigma_i(E)\, f\,(E)\, dE$$

ließe sich trivialerweise immer eine exakte Lösung nach der oben beschriebenen Summenzerlegung des Integrals auffinden, wenn das Produkt $\sigma_i(E) \cdot f(E)$ konstant wäre im interessierenden Energiebereich. Je weniger diese Annahme erfüllt ist, um so ungenauer wird die Summenzerlegung. Von vornherein müssen also bei diesem Verfahren die Spektren gut dargestellt werden, bei denen ungefähr

$$f(E) \sim \frac{\text{const.}}{\sigma_i(E)}$$

gilt.

Die vorliegenden Testspektren und die zu erwartende echte Verteilung können diese Bedingung praktisch nie erfüllen.
Die unterschiedliche Genauigkeit der Reproduktion des

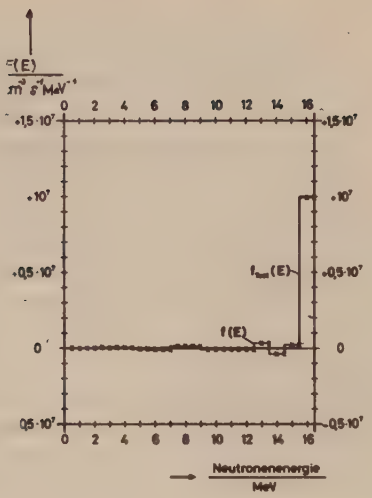


Abb. 35:
$f_{Test}(E)$ dargestellt durch die Näherung f(E).

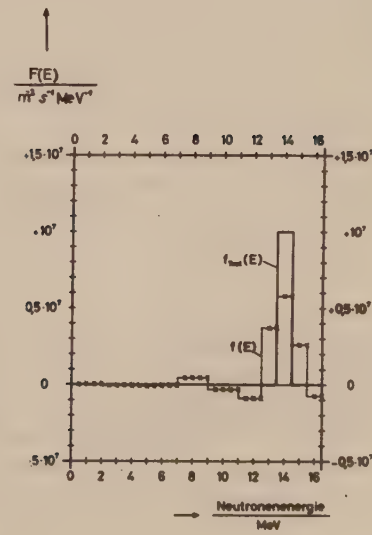


Abb. 36:
f Test (E) dargestellt durch die Approximation f(E).

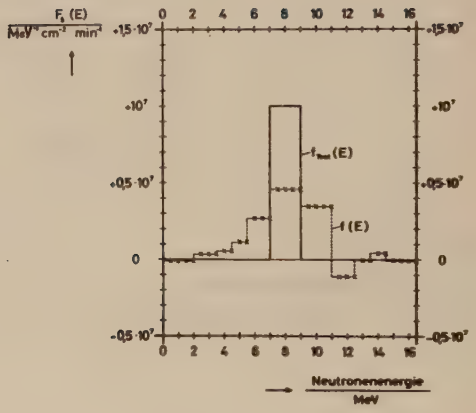


Abb. 37:
Approximation an die Prüffunktion f Test (E) durch die Näherung f(E).

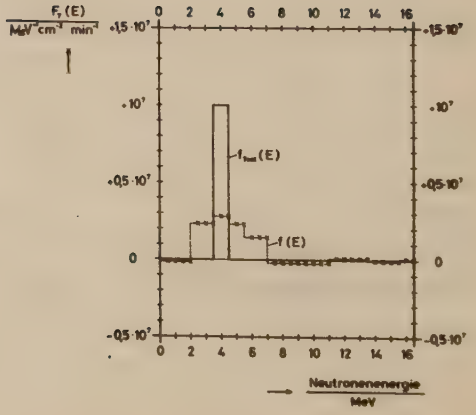


Abb. 38:
Approximation an das Testspektrum $f_{Test}(E)$ durch die Näherung f(E).

Näherungsverfahrens hat aber noch andere Ursachen. Einer der Gründe für die verschieden gute Approximation bei unterschiedlichen Testspektren wird durch den Umstand erklärt, daß 6 der 12 Kernprozesse Reaktionsschwellen von mehr als 10 MeV aufweisen. Dadurch können diese Detektoren im Energiebereich unter 10 MeV nur zu einer undifferenzierten Aussage innerhalb einer Linearkombination zur Darstellung der Energieverteilung beitragen. Es müssen also alle Spektren besonders gut im Intervall von 10 bis 16 MeV reproduziert werden.

Aus diesen Gründen muß die optimale Darstellungsfähigkeit eines bestimmten Näherungsansatzes für Spektren gewährleistet sein, deren Maximum im Bereich von 10 bis 16 MeV liegt, insbesondere, wenn es sich um monoenergetische Verteilungen handelt.

Unter diesem Gesichtspunkt müssen die Näherungslösungen zu den Testspektren gesehen werden. Bei der Beurteilung der Güte aller hier eingesetzten Näherungsverfahren muß berücksichtigt werden, daß auch negative Werte der Energieverteilung erscheinen können, obwohl negative Verteilungen in diesem Zusammenhang physikalisch nicht zu interpretieren sind. Mathematisch ist jedoch eine Abweichung der Näherung vom reellen Wert im positiven wie im negativen Sinne gleich wahrscheinlich; das heißt aber, daß bei echten Verteilungswerten, die im Verhältnis zum Maximum klein sind, also in der Nähe der Abzisse liegen, auch negative Werte auftreten können.

Zwei Kriterien lassen sich ganz allgemein für die Aussagefähigkeit eines Näherungsverfahrens formulieren. Einmal ist zu prüfen, ob die Reproduktion linear bezüglich der Energieachse arbeitet, und ausserdem muß festgestellt werden, wie die Form der echten Verteilung wiedergegeben wird. Das erste Kriterium ist in den meisten Fällen von größerer Bedeutung als das zweite.

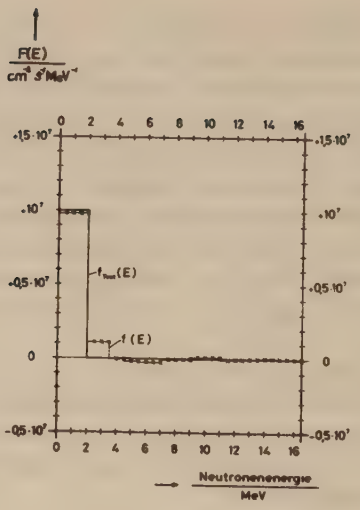


Abb. 39:
Approximation der Prüffunktion $f_{Test}(E)$ durch die Näherung $f(E)$.

Zur Prüfung auf das erste Kriterium kann man ein monoenergetisches Testspektrum auf der Energieachse verschieben, während man zur Festlegung des zweiten Kriteriums die Form des Testspektrums variiert.

Die in den Abbildungen (35) bis (39) gezeigten Lösungen zu den mit eingezeichneten Testspektren beweisen, daß das Näherungsverfahren linear bezüglich der Energieachse arbeitet. Dagegen findet man bei einer Betrachtung entsprechend dem zweiten Kriterium ein weniger einheitliches Verhalten der einzelnen Lösungen. Man erkennt die Zunahme der Halbwertsbreite der Näherungsspektren je weiter das Maximum der Energieverteilung dem Wert 0 der Abszisse genähert wird. Den gleichen Sachverhalt demonstrieren auch die Abbildungen (40) bis (43).

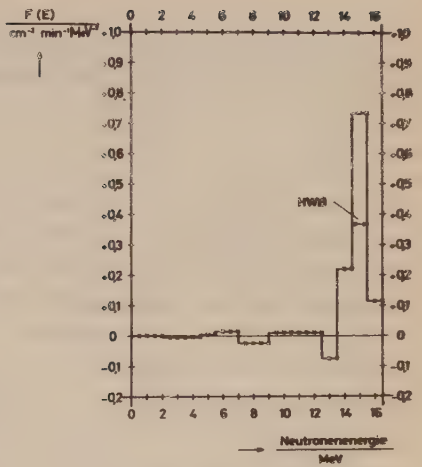


Abb. 40:
Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Neutronenenergie bei einer theoretischen monoenergetischen Verteilung von 14,5 bis 15,5 MeV.
Konvergenzgrenze: 0,001

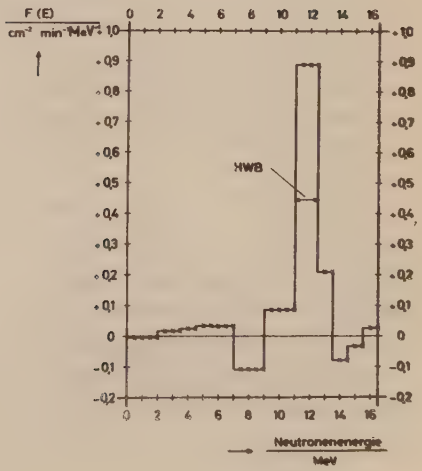


Abb. 41:
Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Neutronenenergie bei einer monoenergetischen Verteilung von 11 bis 12,5 MeV.
Konvergenzgenauigkeit:0,001

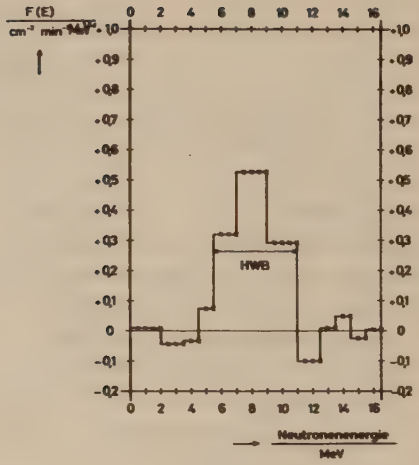


Abb. 42:
Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Neutronenenergie bei einer vorgegebenen Verteilung von 7 bis 9 MeV.
Konvergenzgrenze: 0,001

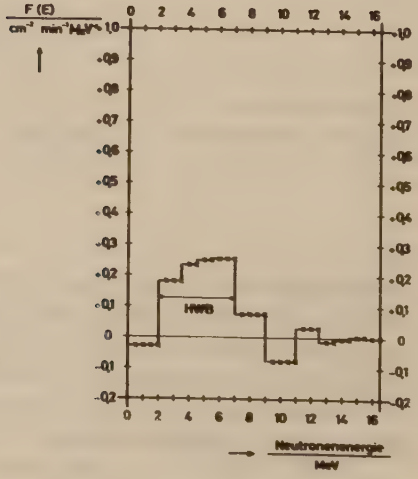


Abb. 43:
Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Neutronenenergie bei einer vorgegebenen Verteilung von 5 bis 7 MeV.
Konvergenzgrenze: 0,001

Ebenso läßt sich feststellen, daß der Wert des Maximums der Näherung ständig abnimmt gegenüber dem Maximum des Testspektrums je weiter das Prüfspektrum zum Wert 0 der Energieskala verschoben wird.

Diese beiden Effekte sind offensichtlich voneinander abhängig. In der Tat läßt sich die Abhängigkeit der Energieintervallzahl JZ, die der Halbwertsbreite entspricht, vom Maximum $f_{max}(E)$ in der folgenden Relation darstellen:

$$f_{max} \cdot JZ = \text{const}$$

Sehr interessant ist die Darstellung der Prüffunktion in Abb.(44), denn die Testfunktion, die konstant gleich 10 $cm^{-2}min^{-1}$ gesetzt wurde, ist besonders ungünstig für das diskutierte Näherungsverfahren. Man erkennt die sehr stark alternierende Approximation deren Schwankungen um den Sollwert größer werden mit abnehmender Neutronenenergie, wie das in ähnlicher Weise auch bei den übrigen Prüfspektren zu beobachten war.

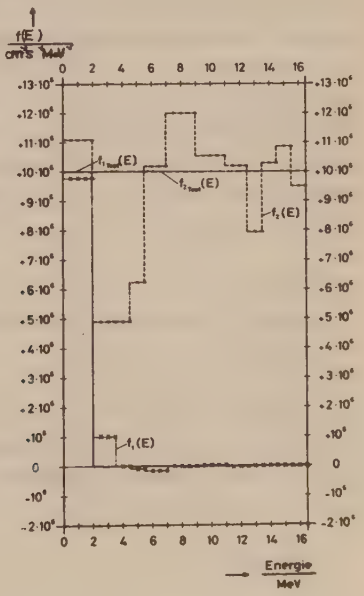


Abb. 44:
Approximation an die Prüfspektren $f_{1Test}(E)$ und $f_{2Test}(E)$ durch die Näherungsfunktionen $f_1(E)$ und $f_2(E)$.

Nach diesen Voruntersuchungen bezüglich der Aussagefähigkeit des Näherungsansatzes stellt man fest, daß generell die Reproduzierungen monoenergetischer Verteilungen im oberen Bereich der Energieskala zu guten Ergebnissen führen, während die Darstellbarkeit der gleichen Verteilungen im Energiebereich unter 10 MeV nicht mehr so gut gewährleistet wird.

Besonders deutlich veranschaulicht die Abb. (44) die Verschlechterung der Reproduktionsfähigkeit dieses Auswerteverfahrens im unteren Energiebereich. Aus Abb. (44) geht auch hervor, daß der beschriebene Näherungsansatz zur Darstellung konstanter Energieverteilungen wenig geeignet ist.

Es muß jedoch festgestellt werden, daß immer Linearität bezüglich der Variation des Testspektrums auf der Energieskala besteht, so daß eine Energiebestimmung einer monoenergetischen Verteilung im gesamten Intervall von 0-16 MeV möglich sein muß.

Diese Voruntersuchungen galten nicht nur der hier zur Diskussion stehenden Aufgabe, sondern sie sollten die Möglichkeit der Anwendbarkeit des Verfahrens bei anderen Neutronenquellen klarstellen. Bezogen auf das anstehende Problem der Bestimmung von Energieverteilungen innerhalb eines streuenden Mediums besagen die obigen Ausführungen, daß auf jeden Fall eine Änderung der Energie des Maximums gestreuter Neutronen nachweisbar sein muß, falls sie auftritt.

Schwieriger wird es sein, eine gute Darstellung eines eventuell weitgehend konstanten Streufeldes mit Energien unter 14 MeV zu finden.

Die Abbildung (45) zeigt nun einige Spektren, die unter Verwendung der am Phantom gemessenen Aktivitäten mit dem beschriebenen Näherungsansatz gefunden wurden.

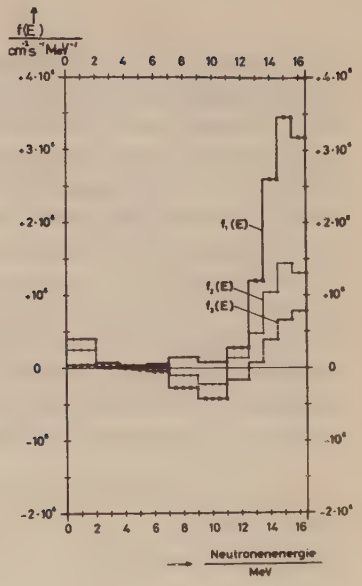


Abb. 45:
Neutronenenergieverteilungen an den Positionen 1, 2 und 3 in und an dem bestrahlten Phantom.

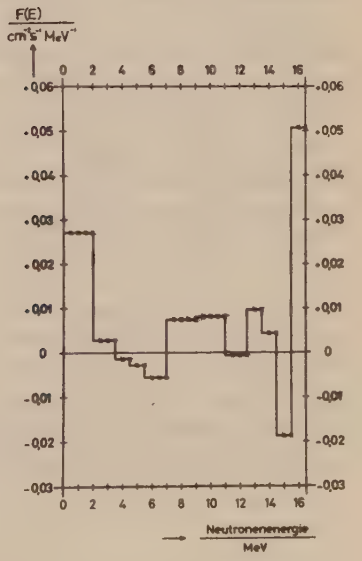


Abb. 46:
Berechnete Neutronenenergieverteilung nach Bestrahlung der 12 Detektoren in Pos. 6.

Man erkennt, daß das Spektrum in Position 1 eine monoenergetische Verteilung repräsentiert. Die folgenden Energieverteilungen lassen jedoch sehr deutlich erkennen, daß in zunehmenden Maße Neutronen mit Energien unter 14 MeV auftreten. Man stellt ausserdem fest, daß die Lage des Verteilungsmaximums praktisch unverändert bleibt. Ebenso entnimmt man unter Vergleich der Prüffunktion in Abb. (44), daß wahrscheinlich ein weitgehend konstantes Feld gestreuter Neutronen vorlag; denn es wurde in der obigen Vordiskussion schon bemerkt, daß gerade Funktionen, die in Abhängigkeit von der Energie konstant verlaufen, auf diesem Wege nur sehr schlecht dargestellt werden können und zu starken Alternationen der Approximation führen.

Man überlegt sich jedoch leicht, daß Integrationen über die approximierten Funktionen die störenden Alternationen weitgehend ausgleichen.

So wurde über diese Spektren nach Multiplikation mit der energieabhängigen Einstoßdosis D(E) integriert. Abb. (47) zeigt den Verlauf der resultierenden Tiefendosiskurve. In Abb. (48) sind die einzelnen Dosisleistungswerte mit dem entsprechendn Abstand des Meßpunktes vom Target multipliziert, und der Wert in Position 1 ist gleich Null Prozent gesetzt. Diese Tiefendosiskurve entspricht also einer Bestrahlung im homogenen Neutronenfeld. Besonders auffällig erscheint das Dosisleistungsmaximum, das in 13cm Entfernung vom Target oder in 6,9cm Eindringtiefe in dem Phantom zu beobachten ist.

Es wäre jedoch unangebracht die resultierende Tiefendosiskurve schon in dieser Phase der Auswertung der gemessenen Aktivitäten weiter zu diskutieren, da sich in den Abb. (45) und (46) gezeigt hat, daß der vorliegende Näherungsansatz doch kaum Aufschluß über das Feld der gestreuten Neutronen

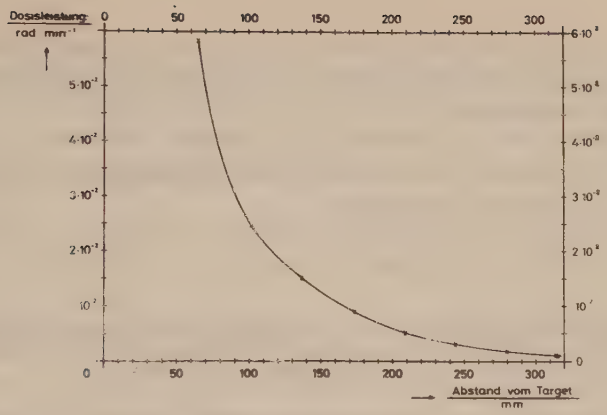


Abb. 47:
Dosisleistungsabnahme innerhalb des Phantoms.

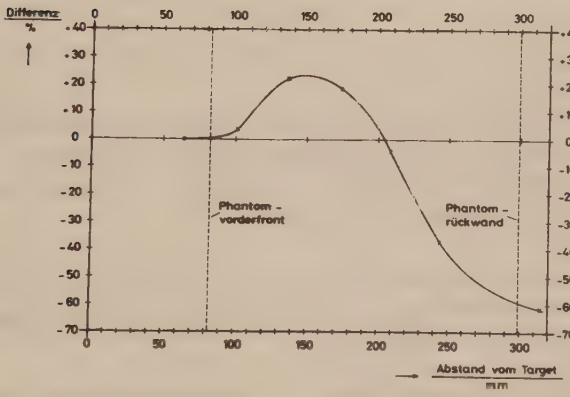


Abb. 48:
Dosisleistung nach Multiplikation mit dem Quadrat des Abstandes vom Target.
Der Wert in Position 1 ist auf Null Prozent normiert.

gibt, so daß die Kurve in Abb. (47) allenfalls einen ersten Überblick über den Verlauf der Dosisleistung innerhlab des Phantoms geben kann.

Aus diesem Grunde wurde ein weiterer Näherungsansatz zur Lösung des Problems untersucht.

c) Darstellung der Energieverteilungen durch Linearkombination eines Systems linearunabhängiger Funktionen.

Es ist bereits darauf hingewiesen worden, daß die Zerlegung des Integrals

$$\int_{0}^{Em} f(E) \quad \delta_i(E) \; dE \qquad (43)$$

in eine endliche Summe

$$\sum_{k=1}^{12} f_k \quad \delta_{ik} \quad \Delta E_k \qquad (44)$$

mathematisch einer Darstellung durch eine Linearkombination von Rechteckfunktionen gleichkommt, die jeweils nur in einem Energieintervall den Wert 1 annehmen, sonst im gesamten Energiebereich identisch Null sind.

Eine solche Linearkombination besitzt den Vorteil, daß sie ganz allgemein formuliert ist und keine Anpassung an ein spezielles Problem aufweist.

Man überlegt sich jedoch, daß eine Linearkombination eine bestimmte Funktion dann besonders gut darstellt, wenn wenigstens eine der Basisfunktionen der zu bestimmenden Verteilungsfunktion ähnlich ist.

Man könnte also beispielsweise einer der Basisfunktionen

die Form des mit dem Siliziumoberflächensperrschichtzähler bestimmten Spektrums der nahezu monoenergetischen Neutronen geben. Ausserdem können die im vorigen Kapitel diskutierten Ergebnisse berücksichtigt werden.

Bei der Gestaltung der Basisfunktionen ist lediglich darauf zu achten, daß keine linearen Abhängigkeiten bestehen.

Abb. (49) zeigt das System von 12 Basisfunktionen $UA_k(E)$, die dem Näherungsansatz zu Grunde gelegt wurden. Man erkennt vor allen Dingen, daß auch dieses System so gehalten wurde, daß es immer noch allgemein verwendbar ist; denn die hier ausgearbeitete Methodik sollte möglichst allgemeingültig sein.

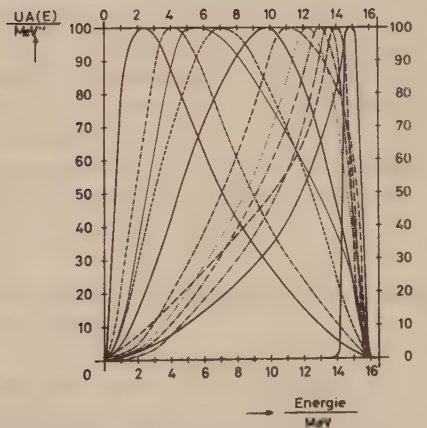


Abb. 49:
12 Funktionen $UA_k(E)$.

Der Näherungsansatz unterscheidet sich in der Form kaum von dem Ansatz im vorhergehenden Abschnitt.

$$f(E) = \sum_{k=1}^{M} b_k \cdot UA_k(E) \qquad (45)$$

Hier sind die $UA_k(A)$ die 12 linearunabhängigen Funktionen aus Abb. (49), die zeichnerisch konstruiert wurden.

Setzt man nun Gleichung (45) in die bekannte Beziehung

$$\frac{A_i}{N_i} = a_i = \int_0^{Em} f(E)\ \sigma_i(E)\ dE \qquad (46)$$

ein, so findet man folgende Relation:

$$a_i = \int_0^{Em} \sigma_i(E)\ \left(\sum_{k=1}^{M} b_k\ UA_k(E)\right) dE \qquad (47)$$

Der Index i gibt wieder die Nummer der Kernreaktion in Tabelle (3) an. Alle übrigen Beziehungen entsprechen den früheren Vereinbarungen.

Setzt man

$$J_{ik} = \int_0^{Em} \sigma_i\ (E)\ UA_k\ (E)\ dE \qquad (48)$$

so schreibt sich Gleichung (47) folgendermaßen:

$$a_i = \sum_{k=1}^{M} b_k\ J_{ik} \qquad (49)$$

Man sieht, daß die Beziehungen (49) wieder ein lineares Gleichungssystem darstellen, welches nur dann eindeutig lösbar ist, wenn M = 12 ist, weil i = 12 bereits festgelegt wurde.

Weitere Voraussetzung für die Lösbarkeit des Systems ist das Nichtverschwinden der Koeffizientendeterminante $\lceil J_{ik} \rceil$, die folgende Gestalt hat:

02	4,14	4,94	4,74	5,47	5,75	6,87	6,78	5,81	5,19	3,44	2,32
	4,5	4,9	4,9	5,5	5,57	6,43	5,37	3,96	4,27	1,94	1,24
31	3,96	4,36	4,29	4,8	4,87	5,67	4,85	3,7	3,96	1,89	1,22
	11,8	9,8	98	9,85	8,8	10,2	5,77	3,12	4,81	1,36	7,25
35	3,66	2,62	2,58	2,49	2,18	2,69	1,35	0,65	1,21	0,3	0,10
59	7,84	8,47	8,47	9,47	9,6	11,1	9,4	7,0	7,0	3,44	2,21
45	5,16	6,88	6,12	7,3	7,92	9,73	11,1	11	11,5	8,3	6,24
91	4,66	2,95	2,99	2,81	2,52	3,17	1,54	0,71	1,41	0,33	0,10
047	0,48	1,12	0,51	0,67	0,79	1,3	1,93	2,3	2,6	3,08	4,33
59	1,03	0,82	0,81	0,8	0,7	0,84	0,45	0,24	0,39	0,1	0,05
3	26,7	25,5	25,0	26,7	25,6	28,9	19,4	12	15,1	5,2	3,07
46	0,57	0,41	0,4	0,38	0,33	0,41	0,2	0,09	0,19	0,04	0,02

Man erkennt, daß die Matrix der J_{ik} wesentlich günstiger für die Lösung des Gleichungssystems gebaut ist als das Koeffizien schema, das bei der Integralzerlegung in einzelne Summanden entstand.

Da aber auch hier die Diagonalelemente nicht groß im Verhältni zu den übrigen Zeilengliedern sind, erschien es ratsam, die Lösung des Gleichungssystems wieder mit dem Residualverfahren in Angriff zu nehmen, obwohl die Methode nur sehr langsam konvergiert.

So waren beispielsweise zur Auffindung der Lösung oft bis 50 000 Iterationen notwendig.

Natürlich mußte das mathematische Problem auch hier wieder mit dem Elektronenrechner bearbeitet werden. Die Rechenanlage benötigt zur Bestimmung von 16 Lösungsvektoren eine Rechenzeit von 60 bis 80 Minuten, wenn die Iterationen entsprechend

folgender Bedingung abgebrochen wurden:

$$\left| |X_{v,k}| - |X_{v-1,k}| \right| < 0{,}00001 \cdot |X_{v,k}|$$

Hier ist $X_{v,k}$ die k-te Lösungskomponente in der v-ten Iteration. Eine weitere Erhöhung der Konvergenzgenauigkeit um einen Faktor 10 hätte die Rechenzeiten auf etwa 10 Stunden erhöht, ohne eine wesentliche Verbesserung des Resultats zu gewährleisten. Der Rechenzeit der Datenverarbeitungsanlage von 60-80 Minuten hätte eine Mindestarbeitszeit von 13300 zwölfstündigen Arbeitstagen entsprochen, wenn das Programm ohne elektronische Hilfsmittel hätte bewältigt werden müssen. Auf Seite 139 bis 144 ist das Algol-Programm zu dem diskutierten Problem dargestellt. Die eingebaute Integrationsprozedur wurde entsprechend dem Simpson'schen Verfahren der numerischen Berechnung von Integralen aufgebaut. Das Programm enthält alle mathematischen Schritte, die zur Berechnung der Spektren auf diesem Wege notwendig sind, einschließlich der Dosisbestimmung und der Ausgabe der Spektren in graphischer Darstellung.

Um die Tauglichkeit des Näherungsansatzes zu prüfen, wurden wieder Testspektren $f_{Test}(E)$ in das Programm aufgenommen, zu denen zuerst die entsprechenden Aktivitäten unter Verwendung der Integralprozedur ausgerechnet wurden

$$Q_{iTest} = \int_0^{Em} f_{Test}(E) \; \delta_i(E) \; dE \qquad (50)$$

Die Testaktivitäten Q_{iTest} durchliefen dann die gleiche mathematische Prozedur wie die gemessenen Aktivitäten.

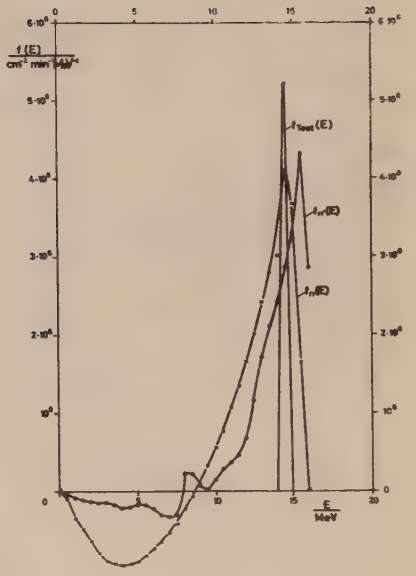


Abb. 50:
Näherungsdarstellung des Testspektrums $f_{Test}(E)$ durch Linearkombination der $UA_k(E)$-Kurve $f_n(E)$- und der UA_k'-Kurve $f_n'(E)$-.

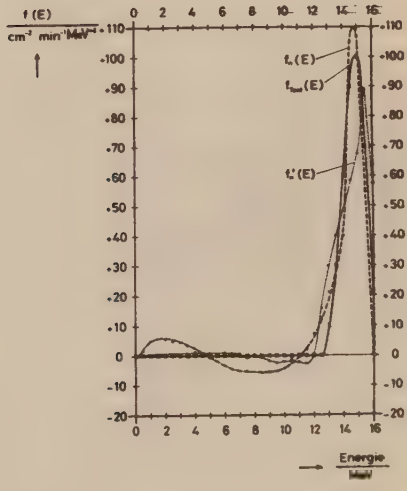


Abb. 51:
Approximation an das Prüfspektrum $f_{Test}(E)$ mit der Linearkombination der $UA_k(E)$-Kurve $f_n(E)$- und der $UA_k'(E)$-Kurve $f_n'(E)$-.

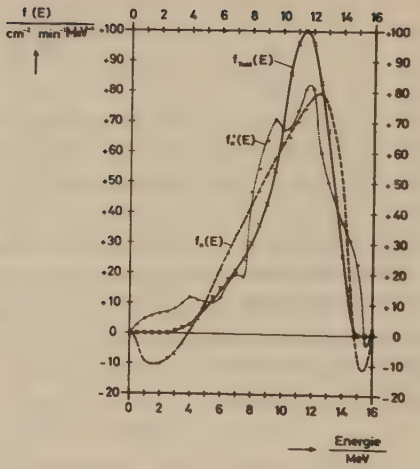


Abb. 52:
Darstellung eines Testspektrums $f_{Test}(E)$ durch Linearkombination der $UA_k(E)$-Kurve $f_n(E)$- und der $UA'_k(E)$-Kurve $f'_n(E)$-.

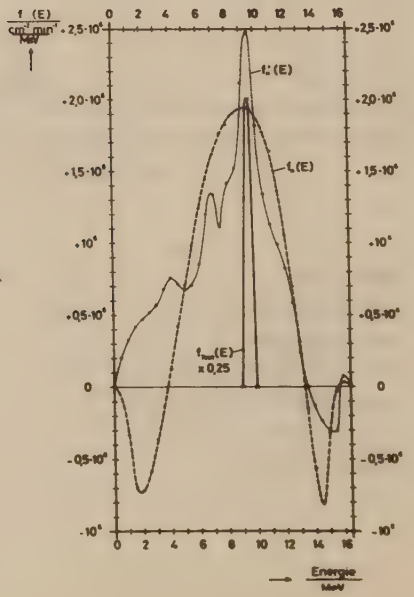


Abb. 53:
Approximationsfunktionen $f_n(E)$ und $f'_n(E)$ zu dem Testspektrum $f_{Test}(E)$ durch Linearkombination der $UA_k(E)$ bzw. $UA'_k(E)$.

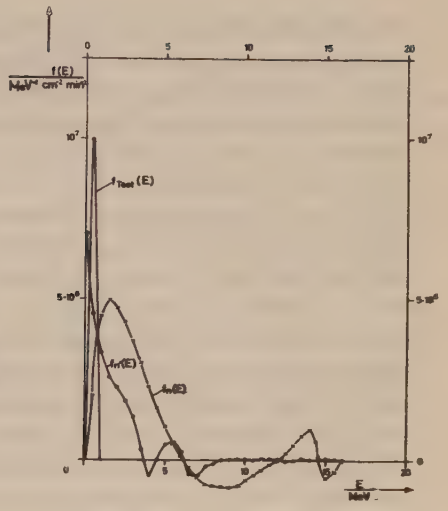


Abb. 54:
Darstellung des Testspektrums $f_{Test}(E)$ durch Linearkombination $UA'_k(E)$ bzw. $UA_k(E)$.

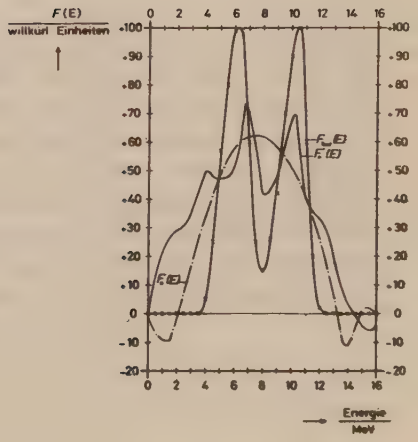


Abb. 55:
Approximation an das Testspektrum $f_{Test}(E)$.

Die Abbildungen (50) bis (54) zeigen einige der Prüfspektren und die dazu ermittelten Näherungslösungen $f_n(E)$. Man stellt fest, daß wieder eine recht gute Linearität bezüglich der Verschieblichkeit des Testspektrums auf der Energieachse besteht. Allerdings ist das Auflösungsvermögen hier auch nicht wesentlich besser als bei dem erstgenannten Näherungsansatz. Dafür zeigen diese Näherungsfunktionen einen weitgehend monotonen Verlauf, und man beobachtet eine Zunahme der Halbwertsbreite der Spektren je weiter das Flußdichtemaximum zu dem Nullpunkt der Energieskala verschoben ist.In den folgenden Abbildungen (50 - 54) sind häufig Lösungsfunktionen $f'_n(E)$ mit eingezeichnet, deren Bedeutung später erläutert wird. In Zukunft werden alle Approximationen, die mit den Basisfunktionen $UA_k(E)$ berechnet wurden, mit $f_n(E)$ bezeichnet. In der Abb. 55 ist die Lösung zu einem Prüfspektrum demonstriert, das speziell über die Trennbarkeit zweier Verteilungsmaxima Auskunft geben soll. Man erkennt, daß eine Trennung mit der Näherung $f_n(E)$ nicht möglich ist. Zwar deutet eine Verbreiterung der Approximationskurve an, daß keine monoenergetische Verteilung vorliegt, aber das Auflösungsvermögen dieses Näherungsansatzes reicht für eine präzise Information nicht aus.

Weitere Aussagen über das Auflösungsvermögen werden aus der Abb. (51) ersichtlich. So findet man in Abb. (51) eine Halbwertsbreite von 1,34 MeV für die Approximation $f_n(E)$, während das Testspektrum selbst eine Halbwertsbreite von 1,67 MeV aufweist. Diese gute Übereinstimmung zwischen Prüfspektrum und Näherung $f_n(E)$ findet man in Abb.(52) nicht mehr, wo die vorgegebene Verteilung eine Halbwertsbreite von 3,73 MeV aufweist, während man für die Approximation eine Breite der Verteilungsfunktion von 6,2 MeV registriert.

Als Resultat dieser Vordiskussion kann also festgestellt werden, daß das Auflösungsvermögen der Approximationen - wie früher beobachtet - mit abnehmender Energie schlechter wird, daß aber die Energie monoenergetischer Verteilungen bestimmt werden kann.

Abb. (56) zeigt einige der Ergebnisse, die mit diesem Ansatz bei Verwendung der gemessenen Aktivitäten gefunden wurden.

Man stellt fest, daß die Näherungslösungen einen wachsenden Anteil gestreuter Neutronen mit zunehmender Eindringtiefe im Wasser anzeigen, ein Effekt, der schon prinzipiell bei den vorhergehenden Auswerteverfahren festzustellen war. Hier allerdings wird die Form der Energieverteilungsfunktionen schon klarer ausgedrückt.

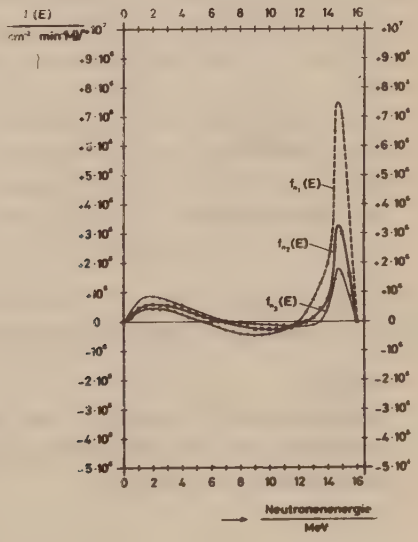


Abb. 56:
Approximation an die Energieverteilung der Neutronen in den Positionen 1,2 und 3 in und an dem bestrahlten Phantom durch Linearkombination der Funktion $UA_k(E)$.

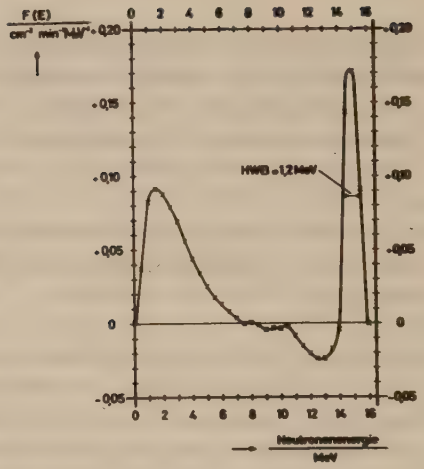


Abb. 57:
Berechnung der Neutronenenergieverteilung durch Linearkombination der $UA_k(E)$ in Position 5 des Phantoms

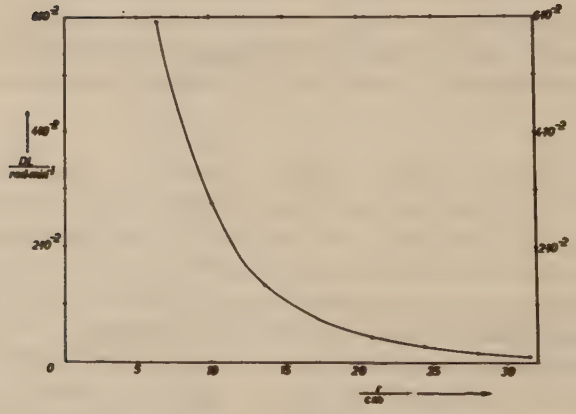


Abb. 58:
Dosisleistung DL innerhalb des Phantoms nach einer Berechnung mit den Basisfunktionen $UA_k(E)$ in Abhängigkeit vom Abstand vom Target r.

In der Abb (58) ist die Tiefendosiskurve dargestellt, wie sie mit Hilfe der jetzt berechneten Spektren ermittelt werden konnte. Auch diese Tiefendosiskurve darf nicht als ausreichend genau angesehen werden, da die Darstellungen der Testspektren gezeigt haben, daß das Auflösungsvermögen des Näherungsansatzes nicht ausreicht.

Vor allem muß die Bestimmung der Dosisleistung auf Grund einer numerischen Integration entsprechend der Gleichung

$$D1 = \int_0^{Em} f_n(E)\, D(E)\, dE \qquad (51)$$

zu einem möglicherweise völlig falschen Bild führen, da $f_n(E)$ ja nur bezüglich der Lage des Maximums nicht aber im Verlauf der Näherungsfunktion das wahre Spektrum repräsentiert.

Besonders wichtig ist die Feststellung, daß keine der Basisfunktionen $UA_k(E)$ die Darstellung einer Flußdichteverteilung gestattet, bei der nur im Intervall 0 bis 0,5 MeV ein Verteilungsmaximum auftritt. Nach den vorliegenden Ergebnissen ist aber ein Flußdichtemaximum gerade im Bereich langsamer bis thermischer Neutronen zu erwarten, so daß die eingesetzten Basisfunktionen $UA_k(E)$ nicht optimal an die wirklichen Energieverteilungsfunktionen angepasst sind. In diesem Sinne kann das demonstrierte Ergebnis zwar als Verbesserung des ersten Ansatzes angesehen werden, gleichzeitig dient es selbst durch seine Information aber der Verbesserung eines weiteren Näherungsansatzes.

So wurde nun nach einem neuen System von Funktionen gesucht, das zu einer besseren Reproduzierung der Energieverteilung führte.

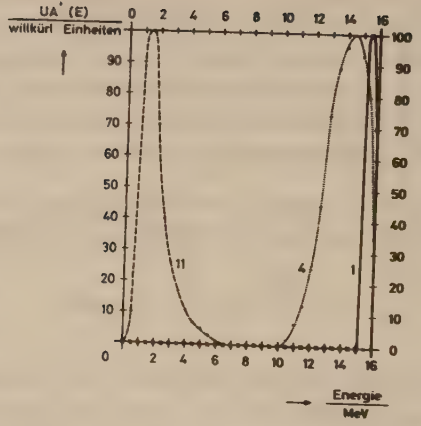


Abb. 59:
$UA'_1(E)$, $UA'_4(E)$ und
$UA'_{11}(E)$.

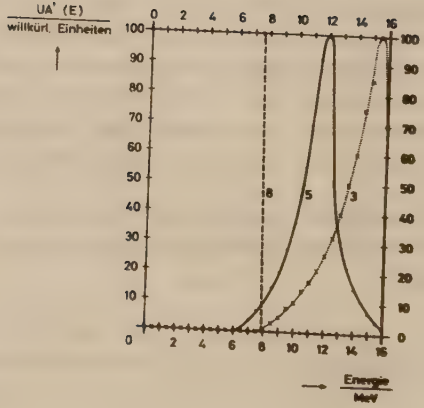


Abb. 60:
$UA'_3(E)$, $UA'_5(E)$ und
$UA'_8(E)$.

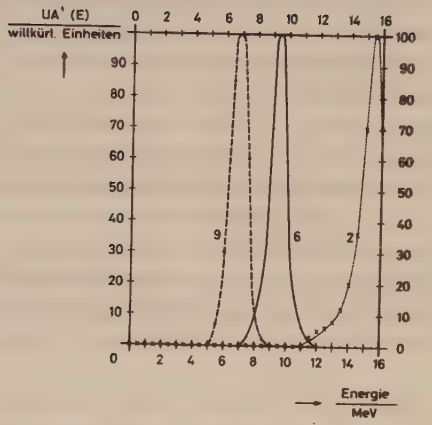


Abb. 61:
$UA'_2(E)$, $UA'_6(E)$ und
$UA'_9(E)$.

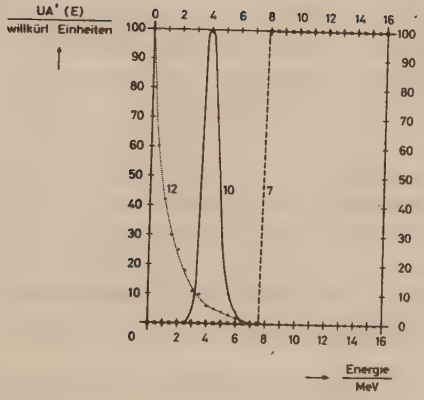


Abb. 62:
$UA'_7(E)$, $UA'_{10}(E)$ und
$UA'_{12}(E)$.

Bei dem bereits eingesetzten System der Funktionen UA_k (E) resultierte ein recht ungünstiges Auflösungsvermögen der Approximation. Diese Tatsache beruht darauf, daß die in Abbildung 49 gezeigten UA_k(E) sehr große Halbwertsbreiten aufweisen.

Deshalb wurde das neue System der UA_k' (E) so gewählt, daß die einzelnen Funktionen durch wesentlich geringere Halbwertsbreiten charakterisiert waren. Ausserdem wurden zwei Funktionen hinzugenommen, die jeweils in einer Hälfte des Gesamtenergiebereiches konstant gleich 100, im übrigen Teil gleich Null waren, um eine Darstellung eines eventuellen Streufeldes weitgehend konstanter Energieverteilung zu erleichtern.

In Abb. (59 bis 62) sind diese neuen Funktionen UA_k'(E) dargestellt. Sie wurden in das unveränderte Rechenprogramm anstelle der oben diskutierten UA_k(E) übernommen.

Zum Vergleich der Güte der beiden Ansätze sind in den Abbildungen (50 bis 54) die Lösungen entsprechend den neuen Funktionen UA_k'(E) miteingezeichnet. Diese Approximationen sind dort mit f_n'(E) bezeichnet. Man ersieht, daß alle Darstellungen, die mit Hilfe der zweiten Serie von Basisfunktionen UA_k'(E) bestimmt wurden, besser mit den Testspektren übereinstimmen. Das beruht insbesondere auf dem wesentlich verbesserten Auflösungsvermögen.

Man erkennt vor allen Dingen, daß in Abb. (55) effektiv eine Trennung zweier Maxima möglich ist, die 4 MeV voneinander entfernt sind. Eine wesentliche Verbesserung der Darstellung wurde auch in Abb. (54) erreicht, in der die erste Approximation f_n(E) eine völlig unzureichende Reproduktion des wirklichen Sachverhaltes lieferte.

Von besonderem Interesse ist auch die Näherung in Abb.(53),

wo gegenüber dem vorhergehenden Versuch eine beachtliche Steigerung des Auflösungvermögens festzustellen ist. Das bedeutet, daß mit diesem Näherungsansatz festgestellt werden kann, ob die Spektren, die mit den gemessenen Aktivitäten unter Anwendung der $UA_k(E)$ ermittelt wurden, tatsächlich einen so ausgeprägten Anteil gestreuter Neutronen mit Energien unter 3 MeV enthalten, denn dieser Teil der oben berechneten Energieverteilungen führte zu den hohen Dosisleistungswerten in Abb. (58).

In den Abb. (63 bis 65) sind nun die Näherungslösungen dargestellt, die unter Verwendung der gemessenen Aktivitäten erhalten wurden.

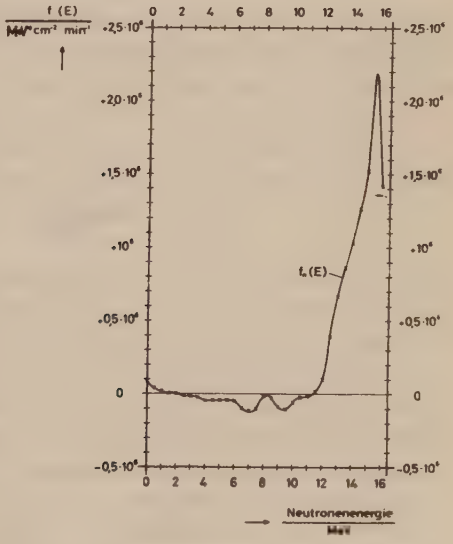


Abb. 63:
Neutronenspektrum in Position 1 des Phantoms, berechnet durch Linearkombination der $UA'_k(E)$.

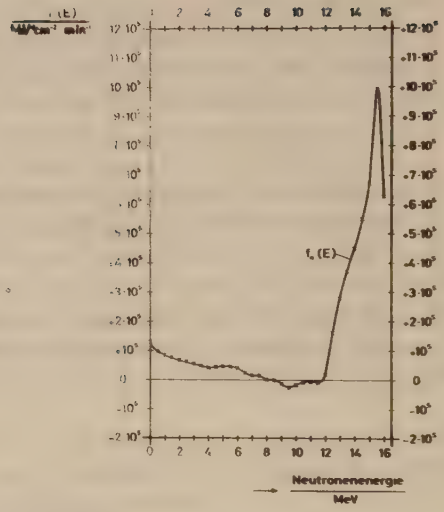


Abb. 64:
Energieverteilung in Pos. innerhalb des Phantoms, berechnet entsprechend der Linearkombination der $UA'_k(E)$

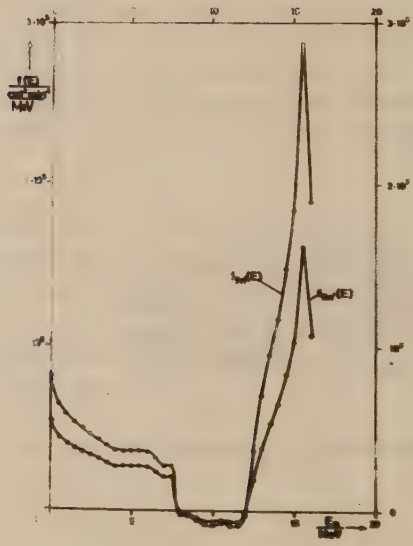


Abb. 65:
Darstellung der Energieverteilungen in den Positionen 5 und 6 innerhalb des Phantoms nach Approximation durch eine Linearkombination $UA'_k(E)$.

Man stellt fest, daß in allen Fällen ein besseres Auflösungsvermögen bei der Reproduktion der Verteilung der 14-MeV-Neutronen erzielt wurde.

Ebenso zeigt schon das Spektrum in Position 1 einen weitgehend konstanten Verlauf unterhalb 12 MeV an. Lediglich bei 0 und 0,5 MeV findet man wieder ein Ansteigen der Flußdichte, was durchaus sinnvoll ist, da ja aus den Eichmessungen in Abschnitt III bekannt ist, daß die Aktivierung des Indiums schon in Position 1 bei Anwesenheit des Phantoms um einen Faktor 3,26 höher liegt als bei Bestrahlung ohne das Phantom. Da aber alle anderen Detektoren diesen Effekt nicht zeigten, muß geschlossen werden, daß es sich um Neutronen mit Energien bis höchstens 1 MeV handelte, die diesen Effekt verursachen.

Bei 8 MeV findet man am Spektrum von Position 1 ein kleines Flußdichtemaximum, dem aber physikalisch keine Bedeutung beigemessen werden darf. Da dieses Maximum jedoch in mehr oder weniger ausgeprägter Form bei allen Spektren dieses Näherungsansatzes auftritt, muß angenommen werden, daß es sich um eine Alternation der Approximation handelt, die durch das mathematische Verfahren selbst hervorgerufen wird.

Das Auflösungsvermögen aller Darstellungen beträgt etwa 0,11 bei einer Halbwertsbreite von 1,66 MeV; das deutet an, daß praktisch die primäre Verteilung bestehen bleibt. Man beobachtet lediglich eine Abnahme des Maximums je weiter die Bestrahlungsposition in das Phantom hineinverlagert wurde. Ebenso erkennt man sehr deutlich den Anstieg eines Streuanteils der Neutronen, der gegen die Energie Null hin anwächst.

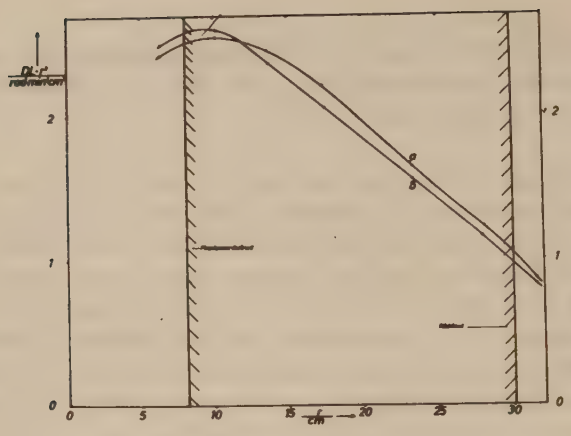


Abb. 66:
Dosisleistung nach Multiplikation mit dem Quadrat des Abstandes vom Target. Berechnung durch Linearkombination der $UA'_k(E)$-Kurve a- und mittels der Orthonormalfunktionen, die auf den $UA'_k(E)$ basieren - Kurve b -

Abb. (66) zeigt die Tiefendosiskurve zu den eben diskutierten Spektren nach Korrektur bezüglich des Abstandes vom Target. Auch diese Kurve zeigt ein deutliches Dosismaximum in 11 bis 12cm Entfernung vom Target. Allerdings verläuft diese Kurve wesentlich flacher als die an Abb.(48) gezeigte, was auch durchaus zu erwarten war, da diese hohen Dosisleistungswerte der Abb. (48) einfach auf das schlechte Auflösungsvermögen und die unzulängliche Reproduzierbarkeit der Energieverteilung unter 12 MeV zurückzuführen sind.

ALGOL-PROGRAMMzur Berechnung der Spektren F (E)
mittels einer Linearkombination der UA (E)

```
'BEGIN'
'INTEGER' JJ,J,V,I,K, LAMBDA, NON,GR, KK,M,N,GGR,TEST,S,KRIT,
'BOOLEAN' BOOL;
'REAL' MAX,CC,MMM,MX, MU,FS,DD,AQQ,FN,XK,ABSX;
READ (M);
READ (LAMBDA,J);
KRIT:=1;
TEST:=8;
NON:= 20000;
'BEGIN'
'ARRAY' A,B,C,CCC/1:LAMBDA,1:LAMBDA/,
        G,Q/1:J,1:LAMBDA/,
UAS,TEE,DDL,FFF,DL/0:M/
TE/0:M,1:TEST/,
UA, SIGMA/1:LAMBDA,0:M/,
AQ/1:J,1:LAMBDA/,
UASI/0:M,1:LAMBDA/,
MA/1:J/,MIN/1:J/,F/0:M/,
ZZZZ,X,FF,Z,SUM/1:LAMBDA/;
'PROCEDURE'ZEICHNEN(F,XANF,XENDE,DEL TAX,YMIN,YMAX,SPRUNG,STR)
'VALUE'XANF,XENDE,DELTAX,YMIN,YMAX;
'REAL' XANF,XENDE,DELTAX,YMIN,YMAX;
'ARRAY' F;
'LABEL' SPRUNG;
'STRING'STR;
'BEGIN'
'INTEGER'I;
'REAL' A,B,X,Y;
PAGE;
WRITE (STR);
PRINT                                                    ('('
                YMIN=')',
'('                          YMAX =
                ')',YMIN,
```

```
'('                    ')',YMAX,                    '('
    X          Y       +                            ')',
                    '('                              +
')');
'FOR' I:=1 'STEP'1 'UNTIL' 12o 'DO' OUT (45);
OUT (39);
      A:=79/(YMAX-Ymin);
      B:=1-AxYMIN;
      'FOR'X:=XANF 'STEP'DELTAX'UNTIL'XENDE'DO
'BEGIN'
Y:=F/X/;
'IF' Y 'LESS' YMIN 'OR' Y 'GREATER'YMAX'THEN''GOTO'SPRUNG
PLOT (X,Y);
Y:=ENTIER(AXY+B+0.5);
'FOR' I :=2'STEP'1'UNTIL' Y 'DO' OUT (42);
OUT (38)
'END';
OUT (39);
OUT (39);
'END';
'REAL' 'PROCEDURE' INT (V,M);
'ARRAY' V;
'INTEGER' M;
'BEGIN' 'REAL' SUM1, SUM2; 'INTEGER' X,Y,S;
S:=M-2;
SUM1:=SUM2:=0;
      'FOR' X:=2 'STEP' 2 'UNTIL' S'DO'
'BEGIN'
SUM1:=SUM1+V/-1/;
SUM2:=Sum2+V/X/;
'END';
I  :=(V/0/+V/M/+4x(SUM1+V/M-1/)+2xSUM2)xo,1666666666;
'END'
```

```
'FOR' JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO'
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
READ(D/JJ,I/);
D/JJ,I/:=D/JJ,I/x1₁₀-2o;
'END';
WRITE('('I  ICHOVENITABELL')');
PRINT (D);
'FOR' K :=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' N :=o 'STEP' 1'UNTIL' M 'DO'
READ (UA/K,N/);
'FOR' K := 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' N := o'STEP' 1 'UNTIL' M ' DO'
'BEGIN'
READ (SIGMA/K,N/);
SIGMA/K,N/:=SIGMA/K,N/x1₁₀-27;
'END';
'FOR' N := o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
READ(DL/N/);
DL/N/:=DL/N/x1₁₀-9;
'END' +
PRINT('('FIRST-COLL.-DOSE')');  PRINT (DL);
'FOR'JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' TEST 'DO'
'FOR'N:=o 'STEP' 1'UNTIL' M 'DO'
READ(TE/N,JJ/);
PRINT('('TESTFUNKTIONEN')',TE);
M:=M-1;
'FOR' K :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
MU:=MX:=o;
'FOR' N:=o 'STEP'1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
'IF' UA/K,N/ 'GREATER' MX 'THEN'
MX:=UA/K,N/;
'IF' UA/K,N/ 'NOTGREATER' MU 'THEN'
```

```
MU:=UA/K,N/;
F/N/:=UA/K,N/;
'END';
ZEICHNEN(F,0,M,1,MU,MX,FEHLER,
'(' FUNKTION UA
')');
'END';
MR 123;
'FOR' JJ:=1 'STEP'1 UNTIL' TEST 'DO'
'BEGIN'
MU:=MX:=0;
'FOR' N:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
'IF' TE/N,JJ/ 'GREATER' MX 'THEN'
MX:=TE/N,JJ/;
'IF' TE/N,JJ/'NOTGREATER' MU 'THEN'
MU:=TE/N,JJ/;
F/N/:=TE/N,JJ/;
'END' ;
ZEICHNEN (F,0,MU,MX, FEHLER,
'(' FUNKTIONTEA
')');
'END';
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
UAS/N/ :=SIGMA/K,N/xUA/I,N/;
B/I,K/:=A/K,I/:=INT(UAS,M);
'END';
'FOR' K :=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I :=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
CC:=0;
```

```
'FOR' N:= 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
CC:=CC+B/K,N/xA/N,I/;
C/K,I/:=CC;
'END';
'FOR' K:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/K/:=0;
'FOR' I:=1'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/K/:=SUM/K/+ABS(C/K,I/);
'IF' I 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
'BEGIN'
'IF' K 'EQUAL' 1 'THEN'
MAX:=SUM/K/;
'IF' SUM/K/ 'GREATER' MAX 'THEN'
MAX:=SUM/K/;
'END'
'END'
'END';
'FOR' I:=1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/I/:=0;
'FOR' K:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUM/I/:=SUM/I/+ABS(C/K,I/);
'IF' K 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
'BEGIN'
'IF'SUM/I/'GREATER' MAX 'THEN'
MAX:=SUM/I/;
'END''END'
'END';
WRITE('('MAX.VON ZEILE U.SPALTE')');
PRINT (MAX);
MMM:=2/MAX;
```

```
ME125;
'FOR' JJ:= 1'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO'
'FOR' K :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=0;
'FOR' I:=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=AQQ+B/K,I/xD/JJ,I/;
'IF' I 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
 /JJ,K/:=MMMxAQQ;
'IF' I 'EQUAL' K 'THEN' 'GOTO' MAR1;
CCC/K,I/:=-MMMxC/K,I/;
'GOTO' MAR2;
MAR1:
CCC/K,I/:=1-MMMxC/K,I/;
MAR2:
'END'
'END';
'FOR' JJ:=1 'STEP'1 'UNTIL' J'DO'
'BEGIN'
'FOR' I :=1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
Z/I/:=0;
GGR:=GR:=1;
ME:
GR:=GGR;
'IF' GR 'EQUAL' NON 'THEN'
'GOTO' MAR3;
'FOR' K:=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
XK:=AQ/JJ,K/;
'FOR' I:=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
XK:=XK+CCC/K,I/xZ/I/;
FF/K/:=X/K/:=XK;
ABSX:=ABS(XK);
'IF'ABS(ABSX-ABS(Z/K/))'GREATER'0,0001xABSX 'THEN'
'BEGIN'
```

```
GGR:=GR+1;
BOOL:='TRUE';
'END'
'ELSE' BOOL:= 'FALSE' ;
ZZZZ[K]:=Z[K]      ;
Z[K]:=X[K];
'END';
'IF' BOOL 'THEN' 'GOTO' ME;
MAE:
MIN[JJ]:=MA[JJ]:=0;
'FOR' N: 0'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
FN:=0;
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
FN:=FN+FF[K]xUA[K,N];
FFF[N]:=F[N]:=FN;
DDL[N]:=F[N]xDL[N];
'IF' F[N] 'GREATER' MA[JJ] 'THEN'
MA[JJ]:=F[N];
'IF' F[N] 'NOTGREATER' MIN[JJ] 'THEN'
MIN[JJ]:=F[N];
'IF' N 'EQUAL' M 'THEN'
'BEGIN'
FS:=INT(FFF,M);
DD:=INT(DDL,M);
'END';
'END';
WRITE('('DARSTELLUNG DER ENERGIEVERTEILUNG')');
WRITE('('IN POSITION')');
PRINT (JJ);
ZEICHNEN(F,0,M,1,MIN[JJ],MA[JJ],FEHLER,
'('DARSTELLUNG DES SPEKTRUMS F
')');
PRINT('('INTEGRAL UEBER F')'); PRINT (FS);
PRINT('('DOSIS')',DD);
'END';
'GOTO' MAR4;
```

```
MAR3:
WRITE('('LINGL ABBRUCH BEU NON=')');
PRINT (NON);
WRITE('('IN POS.')');
PRINT (JJ);
PRINT('('Z')');
PRINT (Z);
MAR 4:
'IF'KRIT 'EQUAL' 2 'THEN'
'GOTO' ENDE:
'FOR' JJ:=1'STEP'1'UNTIL' TEST 'DO'
'BEGIN'
'FOR'I:=1'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:=0 'STEP' 1'UNTIL' M'DO'
TEE/N/:=SIGMA/I,N/xTE/N,JJ/;
D/JJ,I/:=INT(TEE,M);
'END';
'END';
KRIT:=KRIT+1;
J:=TEST;
'GOTO'ME125;
'GOTO' ENDE;
FEHLER:WRITE('('FUNKTIONSWERT ZU GROSS ODER ZU KLEIN')');
ENDE: 'END'
'END';
```

B IV d: Approximation der Neutronenenergieverteilungen durch eine Linearkombination orthonormaler Funktionen.

Das vorherige Kapitel hat gezeigt, daß die Darstellung der Spektren auf Grund einfacher Linearkombinationen von linearunabhängigen Basisfunktionen sehr stark von der Form der gewählten Basisfunktionen abhängt.

Natürlich ist es möglich, zu jedem Problem ein spezielles Funktionensystem zu finden, das den jeweiligen Anforderungen optimal genügt. Da hier jedoch die Allgemeingültigkeit des Lösungsverfahrens ein besonderes Anliegen ist, mußte eine weitere Methode gesucht werden, die einmal den notwendigen Vergleich mit bereits vorliegenden Ergebnissen gestattet, die aber andererseits noch allgemeiner formuliert sein soll als das Verfahren in Abschnitt IV c.

Aus der Mathematik ist bekannt, daß jede stetige Funktion durch eine Linearkombination orthonormierter Basisfunktionen darstellbar ist.

Es lag deshalb nahe zu untersuchen, ob eine Orthogonalisierung und anschließende Normierung auf der Basis der oben beschriebenen linearunabhängigen Funktionen $UA_k(E)$ tatsächlich zu einem Ergebnis führt, das weitgehend unabhängig ist von der Art der Ausgangsfunktionen $UA_k(E)$.

Es soll also gelten:

$$f(E) = \sum_{k=1}^{M} b_k \quad \Psi_k(E) \qquad (52)$$

Der Ansatz ist formal der Gleichung (45) aus Abschnitt IV c analog, hier stellen jedoch die $\Psi_k(E)$ ein System orthonormierter Funktionen dar. Die Laufgrenze M muß also wieder gleich 12 sein, damit das resultierende Gleichungssystem für 12 Detektoren eindeutig lösbar ist.

Für die $\psi_n(E)$ gilt die bekannte Orthonormalitätsrelation

$$\int_0^{E_m} \Psi_k(E)\ \Psi_i(E) = \delta_{ik} \qquad (53)$$

Setzt man nun den Ansatz (52) wieder in die Gleichung

$$a_i = \int_0^{E_m} \delta_i(E)\ f(E)\ dE \qquad (54)$$

ein, dann findet man

$$a_i = \int_0^{E_m} \delta_i(E)\ \left(\sum_{k=1}^{12} b_k\ \Psi_k(E)\right)\ dE \qquad (55)$$

$$a_i = \sum_{k=1}^{12} b_k \int_0^{E_m} \sigma_i(E)\ \psi_k(E)\ dE \qquad (56)$$

Auch hier kann man wieder die Koeffizienten

$$Jl_{i,k} = \int_0^{E_m} \delta_i(E)\ \psi_k(E)\ dE \qquad (57)$$

durch numerische Integration berechnen und erhält dann wieder ein lineares Gleichungssystem der Art

$$a_i = \sum_{k=1}^{12} b_k \, Jl_{i,k} \qquad (58)$$

Wenn mit dem linearen Gleichungssystem die Koeffizienten b_k bestimmt sind, dann kann nach Gleichung (52) das Spektrum f(E) berechnet werden.

Die Konstruktion der Orthonormalfunklionen $\psi_k(E)$ wurde entsprechend dem Schmidt'schen Orthonormalisierungsverfahren vorgenommen. Dabei macht man zunächst den Ansatz

$$\begin{aligned}
M_1(E) &= UA_1(E) \\
M_2(E) &= \lambda_{21} M_1(E) + UA_2(E) \\
M_3(E) &= \lambda_{31} M_1(E) + \lambda_{32} M_2(E) + UA_3(E) \\
&\text{- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -} \\
M_n(E) &= \lambda_{n1} M_1(E) + \lambda_{n2} M_2(E) + \ldots + \lambda_{n,n-1} M_{n-1}(E) \\
&\qquad + UA_n(E),
\end{aligned}$$

durch den die Orthogonalfunktionen $M_k(E)$ definiert werden.

Die Koeffizienten λ_{ik} berechnen sich aus der aus der Orthogonalitätsforderung

$$\int_0^{E_m} M_i(E) \, M_k(E) \, dE = 0 \text{ für } i \neq k$$

Allgemein findet man für die λ_{ik} folgende Formel

$$\lambda_{ik} = - \frac{\int_0^{Em} UA_i(E)\, M_k(E)\, dE}{\int_0^{Em} M_k^2\,(E)\, dE}$$

Hier ist $k < i$.

Nach der Berechnung der Koeffizienten λ_{ik} können die Orthogonalfunktionen $M_k(E)$ explizit aufgeschrieben werden.

Anschließend erfolgt die Normalisierung der $M_k(E)$, und es entstehen die Orthonormalfunktionen $\psi_k(E)$ gemäß folgender Beziehung aus den $M_k(E)$:

$$\psi_k(E) = \frac{M_k\,(E)}{\sqrt{\int_0^{Em} M_k^2\,(E)\, dE}}$$

Damit ist das Rekursionsverfahren zur Konstruktion der Funktionen $\psi_k(E)$ beschrieben.

Nun interessiert wieder die Lösung des Gleichungssystems (58), das durch die Koeffizienten $Jl_{i,k}$ charakterisiert ist, die ihrerseits von der Form der Orthonormalfunktionen $\psi_k(E)$ abhängen.

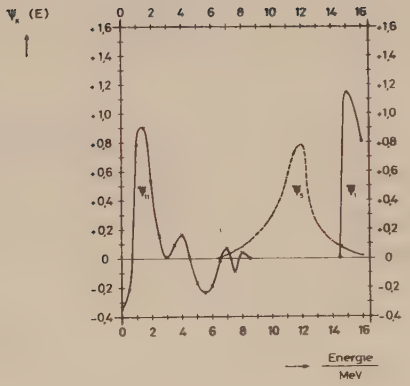


Abb. 67:
$\Psi_1(E)$, $\Psi_5(E)$
und $\Psi_{11}(E)$.

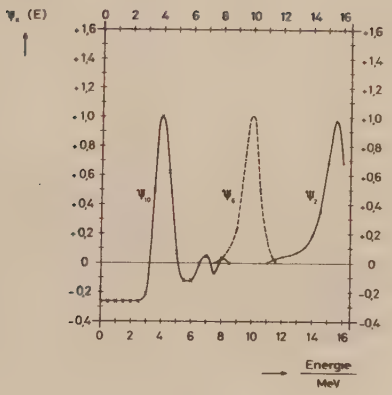


Abb. 68:
$\Psi_2(E)$,$\Psi_6(E)$
und $\Psi_{10}(E)$.

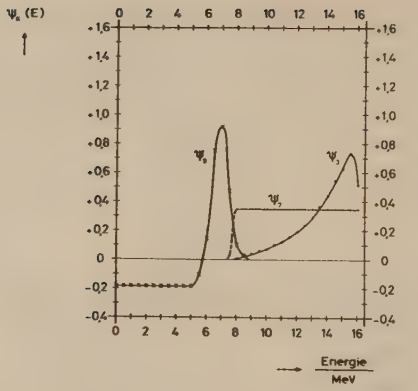


Abb. 69:
$\psi_3(E)$, $\psi_7(E)$
und $\psi_9(E)$.

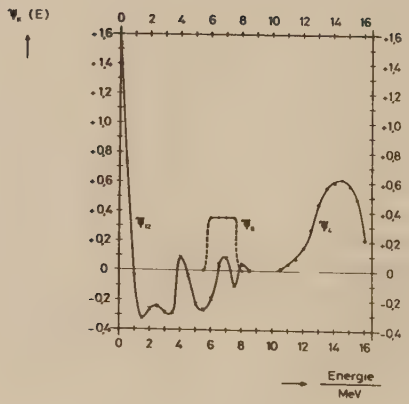


Abb. 70:
$\psi_4(E)$, $\psi_8(E)$
und $\psi_{12}(E)$.

Die Abbildungen (67 bis 70) zeigen den Verlauf der $\psi_k(E)$ mit denen folgendes Koeffizientenschema berechnet wurde:

Tab. 6:

245	25,5	-11,7	58,6	54,3	42,1	14,8	-22	-8,6	- 1	0,87
239	-24,3	39,1	11,9	36,1	14,1	-25,8	- 1,91	4,17	12,8	0,84
208	-16,4	24,1	12,4	34,9	16,3	-13,8	- 6,3	0,12	9,3	0,43
343	-243	30,3	-288	73,4	-28,2	20,4	0,14	23,4	29,4	11,6
66,3	-94,1	-43	- 89	57,5	12,7	- 2,3	- 3,5	7,15	6,7	4,75
408	-44	58	29,8	75	39,6	-48,1	-28,1	7,15	22,4	2,75
338	119	-133	118	84,8	29,8	84,2	6,5	- 3,57	- 2,5	-5
61,2	-163	- 72,3	-100	126	25	8,73	3	10,1	15,3	8,6
34,2	120	-137	- 19	17,5	-0,76	-144	-53	84,2	250	37,8
26,6	-22,4	- 5,19	-25,6	7,51	-0,24	2,26	-0,18	2,53	3,14	1,06
1058	-439	166	-3,14	205	-178	-191	90,4	-4,9	-10	4,61
9,46	-13,7	- 7,4	-13,2	7,8	2,07	-1,44	4,21	0,97	0,55	0,53

Man überzeugt sich anhand der Tabelle (6), daß auch dieses Koeffizientenschema kaum ein anderes Verfahren zur Lösung des linearen Gleichungssystems zuläßt als die Residualmethode, wie sie in den vorhergehenden Abschnitten bereits beschrieben wurde.

Wenn auch durch die Orthonormierung der Basisfunktionen eine gewisse Unabhängigkeit der Darstellung von dem Basissystem erreicht werden soll, so muß man sich doch vor Augen halten, daß immer ein bestimmter Einfluß der Basisfunktionen auf die Approximation erhalten bleibt. Diese Beeinträchtigung wird natürlich durch eine Erhöhung der Zahl der zur Anwendung kommenden $\psi_k(E)$ vermindert. Da aber in unserem Fall höchstens 12 Orthonormalfunktionen eingesetzt werden können, ist es wichtig da Einfluß zu nehmen, wo das bei diesem Verfahren überhaupt möglich ist.

Im Falle des Näherungsansatzes des Kapitels IV c konnte die Reproduktion in gut kontrollierbarer Weise durch Variation einzelner Basisfunktionen geändert werden. Eine solche Einflußnahme ist hier nur durch die Abänderung der Funktion $\psi_1(E)$ unmittelbar möglich, die entsprechend dem Schmidt'schen Orthonormalisierungsverfahren proportional zur Funktion $UA_1(E)$ ist:

$$\psi_1(E) = q_{11}\, UA_1(E) \qquad (62)$$

Algol-Programm zur Ber echnung der Neutronenenergie-verteilung durch Linearkombination orthonormierter Funktionen.

```
'BEGIN'
'INTEGER' JJ,J,V,I,K,LAMBDA, NON, GR, KK, JJJ, KKK,
          II, HHH, KH, H, YY, KRIT, GGR, TEST, S,
          N,M,L,MM,XX,Y;
'BOOLEAN'BOOM;
'REAL' MAX,CC,MMM,ZZZ,QHH,W2HHK, W1,W,QKK,SUMK,AQQ,
       XK, ABSX;
READ (M,LAMBDA,J);
KRIT:=1;
TEST:=8;
NON:=20000;
'BEGIN'
'ARRAY'RR, Q,IL,R,A,B,C,CCC/1:LAMBDA,1:LAMBDA/,
       P1, P2,IN,P8 /0:M,1:LAMBDA/,
       TEE,IIN,PP8/0:M/,
       PO,PPP/0:M/,
       TE/0:M,1:TEST/,
       D,AQ/1:J,1:LAMBDA/,
       MA,MIN/1:J/, F/0:M/,
       X,FF,Z,SUM,ZZZZ,WZ/1:LAMBDA/,
       W3/1:LAMBDA, 1:1/,
       PSI/1:LAMBDA, 0:M/,
       P3/0:M,0:1/,
       U,UA,SIGMA/1:LAMBDA,0:M+2/;
'REAL' 'PROCEDURE' INT(V,M);
'ARRAY' V;
'INTEGER' M;
'BEGIN'
'REAL' SUM1,SUM2; 'INTEGER' X,Y,S;
S:=M-2;
SUM1B=SUM2:=0;
'FOR' X:=2'STEP' 2 'UNTIL' S 'DO'
```

```
'BEGIN'
SUM1:=SUM1+V/-1/;
SUM2:=SUM2+V/X/;
'END';
INT:=(V/o/+V/M/+4x(SUM1+V/M-1/)+2xSUM2)xo,16666666666;
'END';
'FOR' JJ:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO'
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
READ (D/JJ,I/);
WRITE ('('INHOMOGENITAETEN')');
PRINT (D);
'FOR' II:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' KK:=o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
READ (SIGMA/II,KK/);
WRITE ('('UA')');
PRINT (UA);
'FOR' JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' TEST 'DO'
'FOR' N :=o 'STEP' 1 'UNTIL' K 'DO'
READ (TE/N,JJ/);
PRINT ('('TESTFUNKTIONEN')',TE);
M:=M-1;
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' N:=o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
'IF'K 'EQUAL' 1 'THEN'
'BEGIN'
U/K,N/:=o;
'GOTO' MARKE 'END';
'FOR' L:=1 'STEP' 1 'UNTIL' K-1 'DO'
'BEGIN'
'IF' L 'EQUAL' 1 'THEN'
'BEGIN'
U/K,N/:=o
'END';
U/K,N/:=U/K,N/+R/K,L/xU/L,N/
'END';
MARKE:
U/K,N/:=U/K,N/+UA /K,N/;
```

```
ZZZ:=U/K,N/;
H:=K;
PPP /N/:=ZZZxZZZ;
'IF' N 'EQUAL' M 'THEN'
'BEGIN'
W1:=INT(PPP,M); W:=SQRT(W1); QKK:=Q/K,K/:=1/W;
WZ/K/:=W;
'END';
'FOR' HHH:=K+1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
P2/N,HHH/:=ZZZxUA/HHH,N/;
'IF' N 'EQUAL' M 'THEN'
'BEGIN'
'FOR'KH:=K+1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' YY:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
P0/YY/:=P2/YY,KH/;
W2HHK:=INT (P0,M);
R/KH,K/:=-W2HHK/W1;
'END' 'END' 'END';
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA-1 'DO'
'FOR' KH :=K+1 'STEP' 1 UNTIL' LAMBDA 'DO'
QHH:éQ/KH,K/:=R/KH,K/:WZ/KH/;
'FOR' K : = 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:=o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
PSI /K,N/:=o;
'IF' K 'EQUAL' 1 'THEN' 'GOTO' MR1o;
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' K-1 'DO'
PSI/K,N/:=PSI/K,N/+Q/K,I/xU/I,N/;
MR1o;
PSI/K,N/:=PSI/K,N/+Q/K,K/xUA/K,N/;
'END' 'END';
'FOR' K:=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I:=K 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N :=o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
PP8/N/:=PSI/K,N/xPSI/I,N/;
```

```
RR/K,I/:=INT (PP8,M);
'END';
'FOR' K:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:=o 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
IIN/N/:=PSI/I,N/xSIGMA/K,N/;
IL/K,I/:=INT (IIN,M);
'END';
MARE:
'FOR' K := 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I := 1'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
B/I,K/:=A/K,I/:=IL/K,I/;
'END';
PRINT ('('IL')'); PRINT (IL);
'FOR' K : =1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'FOR' I := 1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
CC:=o;
'FOR' N := 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
CC:=CC+B/K,N/xA/N,I/;
C/K,I/:=CC;
'END'
MAX :=o;
'FOR' K := 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA ' DO'
'BEGIN'
SUMK : =o;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
SUMK:=SUMK+ABS (C/K,I/);
'IF' SUMK 'GREATER' MAX 'THEN'
MAX:=SUMK;
'END';
'FOR' I :=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
SUMK:=o;
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
SUMK:=SUMK+ABS(C/K,I/);
'IF' SUMK 'GREATER' MAX 'THEN'
```

```
MAX:=SUMK;
'END';
MMM:=2/MAX;
ME125:
'FOR' JJ:= 1'STEP' 1'UNTIL' J 'DO'
'FOR' K:= 1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=o;
'FOR' I:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
AQQ:=AQQ+B/K,I/xD/JJ,I/;
'IF'I 'EQUAL' LAMBDA 'THEN'
AQ/JJ,K/:=MMM xAQQ;
'IF'I 'EQUAL' K 'THEN' 'GOTO' MAR1;
CCC/K,I/:=-MMMxC/K,I/;
'GOTO' MAR 2;
MAR1:
CCC/K,I/:=1-MMMxC/K,I/;
MAR2:
'END' 'END';
'FOR'JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO'
'BEGIN'
'FOR'I:=1'STEP'1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
Z/I/:=o;
GGR:=GR:=1;
ME:
GR:=GGR;
'IF' GR 'EQUAL' NON 'THEN'
'GOTO' MAR3;
'FOR' K := 1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
XK:=AQ/JJ,K/;
'FOR'I:=1'Step' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
XK:=XK+CCC/K,I/xZ/I/;
FF/K/:=X/K/:=XK;
ABSX:=ABS (XK);
'IF' ABS(ABSX-ABS(Z/K/)) 'GREATER'o,ooolxABSX 'THEN'
'BEGIN'
GGR:=GR+1;
```

```
BOOL:= 'TRUE';
'END'
'ELSE' BOOL:= FALSE';
ZZZZ/K/:=Z/K/;
Z/K/:=X/K/;
'END';
'IF' BOOL 'THEN' GOTO' ME;
MAE:
WRITE('('LOESUNG IN POSITION')'):
PRINT (JJ,Z);
MIN/JJ/:=MA/JJ/:=0;
'FOR'N:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
F/N/:=0;
'FOR' K:=1 'STEP' 1'UNTIL' LAMBDA 'DO'
F/N/:=F/N/+FF/K/xPSI/K,N/;
'IF' F/N/ 'GREATER'MA/JJ/ 'THEN'
MA/JJ/:=F/N/;
'IF'F/N/ 'NOTGREATER' MIN/JJ/ 'THEN'
MIN/JJ/:=F/N/;
'END';'END';
'GOTO' MAR4;
MAR 3;
WRITE('('LINGL ABBRUCH BEU NON=')');
PRINT (NON);
WRITE('('IN POS!')');
PRINT (JJ);
MAR4:
'IF' KRIT 'GREATER' 1 'THEN' 'GOTO' ENDE;
'FOR' JJ:=1 'STEP' 1 'UNTIL' TEST 'DO'
'BEGIN'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' LAMBDA 'DO'
'BEGIN'
'FOR' N:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
TEE/N/:=SIGMA/I,N/xTE/N,JJ/; D/JJ,I/:=INT(TEE,M);'END'
'END';KRIT:=KRIT+1; J:=TEST;'GOTO'ME 125;
'END' 'END';
```

In Gleichung (62) ist q_{11} eine Konstante, die aus dem beschriebenen Koeffizienten λ_{11} nach Division durch

$$\sqrt{\int_0^{E_m} M_1^2(E)\,dE}$$

hervorgeht.

Hier wurde aus dem Grunde $UA_1(E)$ in der Form der Verteilung monoenergetischer Neutronen gewählt, wie sie entsprechend den Messungen mit dem Siliziumoberflächensperrschichtzähler bestimmt wurde.

Die Abb. (71) bis (74) zeigen einige der Lösungen, die zu den miteingezeichneten Testspektren berechnet wurden. Dort sind die Näherungen, die mit dem zuerst beschriebenen System der Basisfunktionen $UA_n(E)$ berechnet wurden, mit $f_n(E)$ bezeichnet, während die Approximationen, die nach Orthonormalisierung des zweiten Systems der Basisfunktionen $UA'_k(E)$ ermittelt wurden, durch die Bezeichnung $f'_n(E)$ gekennzeichnet sind.

In Abb. (71) erkennt man das sehr gute Auflösungsvermögen beider Näherungsansätze, wobei die Lösung entsprechend dem ersten System der $UA_k(E)$ die Exaktheit des Lösungsresultates des zweiten Systems der $UA'_k(E)$ übertrifft.

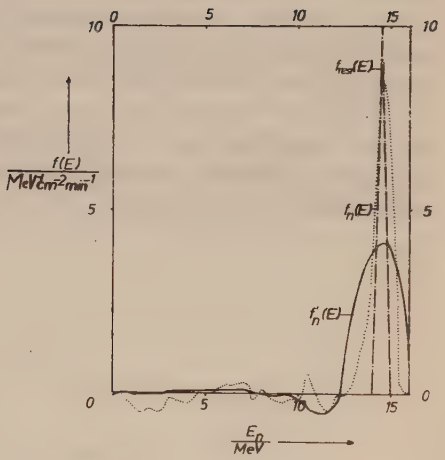


Abb. 71:
Darstellung des Testspektrums $f_{Test}(E)$ durch die Näherungen $f_n(E)$ und $f'_n(E)$.

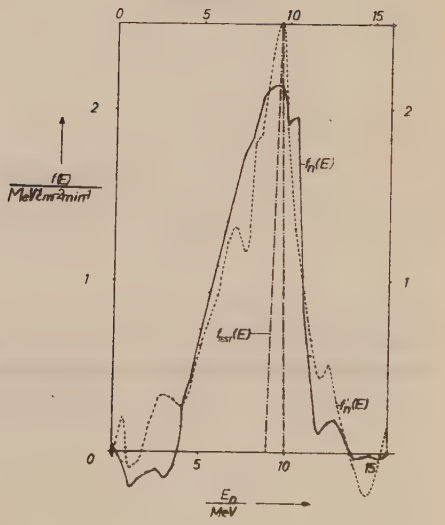


Abb. 72:
Näherung der Funktionen $f_n(E)$ und $f'_n(E)$ an das Testspektrum $f_{Test}(E)$.

In Abb. (72) kann die Qualität der beiden Approximationen als gleichwertig angesehen werden. Beide Verfahren zeigen aber an dieser Stelle eine Zunahme der Halbwertsbreite des Maximums, wie es erwartet werden muß.

Dagegen beobachtet man in Abb. (73) eine völlig unzureichende Lösung bei Anwendung der $UA_k(E)$, während die Approximation entsprechend den $UA'_k(E)$ zu einem sehr guten Ergebnis führt.

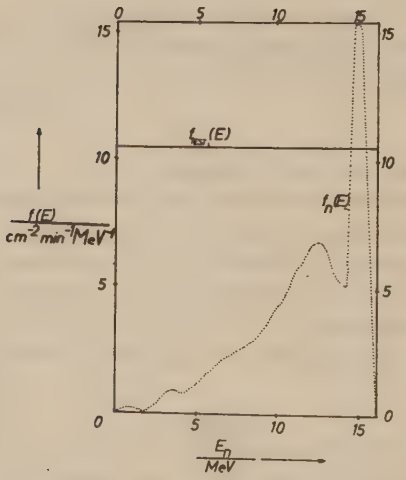


Abb. 73:
Approximation der Näherungsfunktion $f_n(E)$ an $f_{Test}(E)$.

Die in Abb. (74) gezeigte Reproduktion einer konstanten Energieverteilung zeigt, daß die Darstellung solcher Funktionen besser auf dem Wege einer Linearkombination linearunabhängiger Basisfunktionen realisierbar ist. Man stellt wie im vorigen Kapitel fest, daß die Genauigkeit der Approximation mit abnehmender Energie schlechter wird.

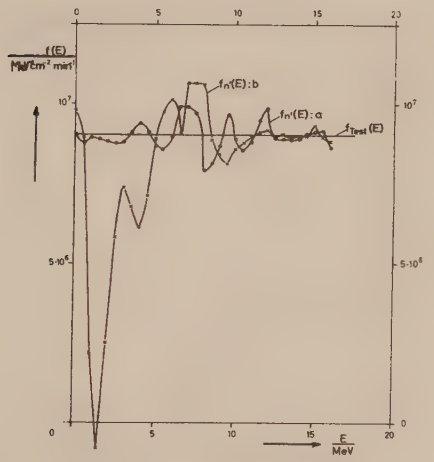


Abb. 74:
Approximation an die konstante Energieverteilung $f_{Test}(E)$ mit Orthonormalfunktionen-Kurve a - und mit den Basisfunktionen UA'_k (E) - Kurve b -.

Die Abbildungen (75) bis (77) zeigen die berechneten Lösungen $f_n'(E)$ zu den gemessenen Aktivitäten. Die entsprechenden Näherungen $f_n(E)$ erwiesen sich als völlig unbrauchbar wegen der sehr ausgeprägten Minima, die hohe negative Werte annahmen. Dieser Sachverhalt überrascht nicht, da Abb. (73) bewies, daß eine gute Annäherung an eine weitgehend konstante Energieverteilung, wie sie zwischen 2 und 12 MeV vorzuliegen scheint, mit den Orthonormalfunktionen, die auf den $UA_k(E)$ basieren, nicht möglich ist.

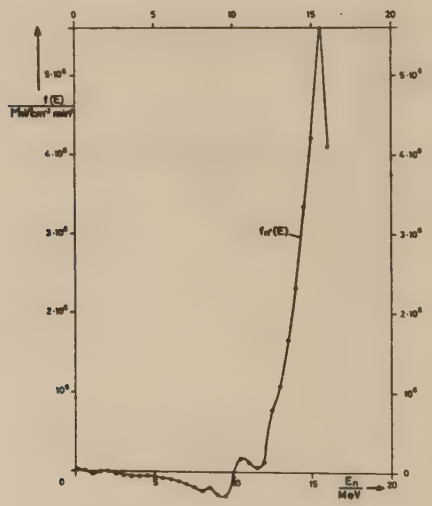


Abb. 75:
Neutronenenergieverteilung in Position 1 (vor dem Phantom), berechnet mit Orthonormalfunktionen, die aus den $UA_k'(E)$ entwickelt wurden.

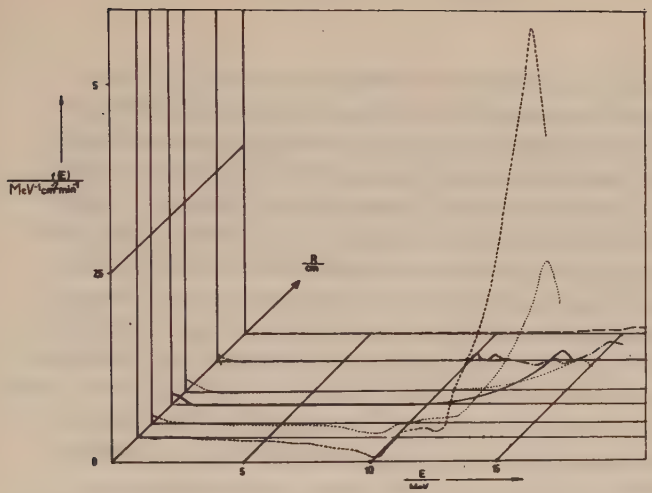


Abb. 76: Neutronenenergieverteilung innerhalb und außerhalb des Phantoms

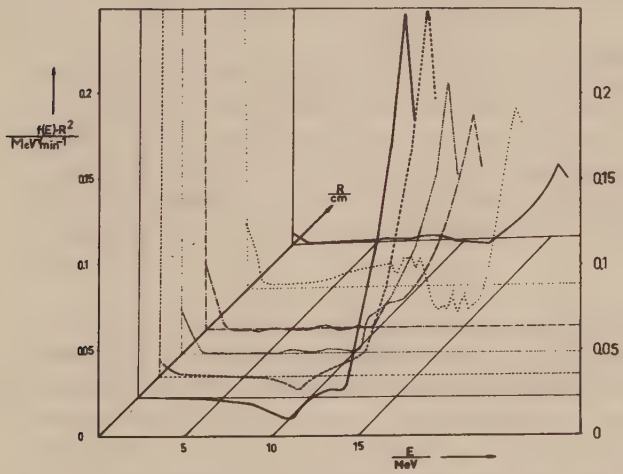


Abb.:77 Die gleiche Darstellung wie Abb. 76 nach Korrektur bezüglich des Abstandes vom Target

Die relativ gute Übereinstimmung der beiden Verfahren, die auf die Basisfunktionen UA'_k (E) aufgebaut sind, und ihre durchaus sinnvollen physikalischen Aussagen berechtigen zu einer Dosisberechnung, deren Ergebnis als verbindlich angesehen werden kann. Dagegen führen die drei übrigen Näherungsansätze, nämlich die Zerlegung des Integrals in eine endliche Summe nach Gleichung (22), die Linearkombination der UA_k(E) nach Gleichung (45) und die Linearkombination der Ψ_k(E), die mit Hilfe der UA_k(E) konstruiert wurde, zu wesentlichen Mängeln bei der Reproduktion. Diese konnten schon anhand der Prüfspektren festgestellt werden, so daß eine verbindliche Berechnung der Dosisleistung auf Grund dieser Spektren nicht zulässig sein kann.

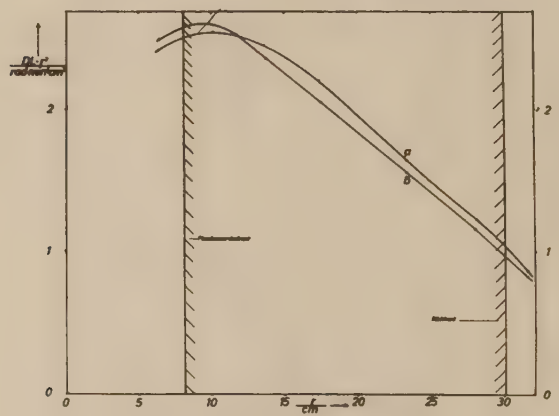


Abb. 78:
Dosisleistung nach Multiplikation mit dem Abstandsquadrat d. Target. Kurve a entspricht der Darstellung der Spektren als Linearkombination der UA'_k (E), während die Kurve b der Darstellung mittels orthonormierter Funktionen (auf UA'_k (E) basierend) entspricht.

Abb. (78) zeigt die Tiefendosiskurven der beiden Näherungsansätze in Kapitel IV c und d, die beim Einsatz der Basisfunktionen $UA_k'(E)$ berechnet werden konnten. In der Abbildung sind die einzelnen Dosisleistungswerte jeweils mit dem Quadrat des Abstandes vom Target multipliziert, so daß die Kurven die Änderung der Dosisleistung innerhalb des Phantoms gut darstellen. Man beobachtet das Dosisleistungsmaximum in einem Abstand von 10-11cm vom Target bzw. 1,5cm hinter der Vorderfront des Phantoms.

Daß ein solcher Dosisanstieg möglich ist, wurde bereits aus den Darstellungen der Spektren ersichtlich, die einen zunehmenden Anteil gestreuter Neutronen mit Energien unter 1 MeV erkennbar werden ließen, wenn die Bestrahlungsposition weiter in das Phantom hinein verschoben wurde (vgl. Abb. (75) und (76) !).

Danach überlagern sich zwei Effekte, nämlich die Abnahme der Flußdichte schneller und die Zunahme gestreuter Neutronen. Durch das Verhältnis der beiden Anteile zueinander wird die Lage des Dosisleistungsmaximums im wesentlichen bestimmt; denn alle Ergebnisse deuten an, daß im Bereich zwischen 12 und 2 MeV keine vergleichbar intensive Flußdichte auftritt.

Die relativ einheitliche Aussage der beiden Näherungsansätze, die auf den Funktionen $UA_k'(E)$ basieren, und die wesentlich weniger genauen Approximationen mit dem $UA_k(E)$ haben bewiesen, daß auch die Konstruktion orthonormierter Basisfunktionen nicht zu einer weitergehenden Unabhängigkeit der Lösung von der Wahl der Grundgrößen $UA_k(E)$ führte.

Deshalb ist es von Nutzen, daß die UA'_k (E) so allgemein gehalten werden, daß sie auch zur Bestimmung von Spektren anderer Neutronenquellen herangezogen werden können.

Das Prinzip des allgemein gültigen Ansatzes wird jedoch in etwa durch den Verlauf der Wirkungsquerschnitte der eingesetzten Kernreaktionen durchbrochen, da, wie oben erwähnt, die Aktivierung eines Detektors in dem Energiebereich unterhalb der Reaktionsschwelle nur zu einer undifferenzierten Aussage führt, nämlich $Q_i = 0$. Dieser Sachverhalt wurde bereits durch die Abnahme des Auflösungsvermögens bei der Darstellung von monoenergetischen Testspektren bestätigt, deren Flußdichtemaxima gegen den Nullpunkt der Abzisse verschoben waren.

Das Ergebnis der Aktivierungen, die Tiefendosiskurven in Abb. (78), zeigt trotz der Verschiedenartigkeit der jeweils benutzten Basisfunktionen eine durchaus akzeptable Übereinstimmung.

Nun fragt man sich natürlich, ob diese Übereinstimmung nicht zufällig ist.

Es ist üblich, die Aussagekraft eines Resultates durch die Angabe der Fehlerbreite festzulegen. Eine solche Fehlerangabe beruht entweder auf der Diskrepanz von direkten Meßwerten oder sie resultiert aus der Berechnung des Gesamtfehlers aus einer mehr oder weniger großen Zahl von Fehlern, die den entsprechenden Zwischenergebnissen anhafteten.

In diesem Falle jedoch wird das Ergebnis durch zwei

verschiedene Komponenten bestimmt, nämlich durch die Messung der Aktivitäten einerseits und durch die Ermittlung des Spektrums mit Hilfe der Aktivitäten auf Grund eines mathematischen Näherungsverfahrens andererseits.

Es wurde bereits demonstriert, daß ein unzureichender Näherungsansatz unabhängig von den Meßwerten zu einer ungenügenden Darstellung der Spektren führt . Aber auch ein optimaler Ansatz bietet keine Garantie für eine exakte Reproduktion.

Um diesem Dilemma zu entgehen, war hier die Methode der Testspektren ausführlich angewandt worden, und zu diesen Testspektren wurden auch die entsprechenden Dosisleistungswerte berechnet, deren Abweichung von den entsprechenden Dosisleistungssollwerten ein gewisses Maß für die Genauigkeit des Näherungsansatzes bietet.

Es werden mit D_s die Dosisleistungssollwerte bezeichnet, die zu dem jeweiligen monoenergetischen Testspektrum existieren. E_m ist die Energie des Flußdichtemaximums, und D bezeichnet die Dosisleistung, die zu der Approximation berechnet wurde.

Für den Ansatz mit Hilfe einer Linearkombination der Funktionen $UA'_k(E)$ wurden folgende Werte errechnet:

$\frac{E_m}{MeV}$	14,5	13,5	13	9,5
$\frac{D_s}{rad \cdot min^{-1}}$	6,1	6	5,9	5,4
$\frac{D}{rad \cdot min^{-1}}$	6,05	5,8	5,53	5,8
$\frac{D}{D_s}$	0,994	0,964	0,94	1,075

Fehlerbreite: ± 6% des Sollwertes.

Für den Approximationsansatz auf Grund einer Linearkombination von orthonormierten Funktionen, die aus den UA'_k (E) konstruiert worden waren, findet man folgende Werte:

$\frac{E_m}{MeV}$	14,5	13,5	13	9,5
$\frac{D_s}{rad \cdot min^{-1}}$	6,1	6	5,93	5,4
$\frac{D}{rad \cdot min^{-1}}$	6,2	5,9	5,76	5,49
$\frac{D}{D_s}$	1,015	0,984	0,976	1,012

Fehlerbreite: ±2,4% des Sollwertes.

Eigentlich hätten die Angaben für die monoenergetischen Testspektren mit den Maxima bei 14,5 und 13,5 MeV genügt. Die Werte für 13 und 9,5 MeV sind aber insofern interessant, als sie beweisen, daß die angegebene Fehlerbreite einen zuverlässigen Wert repräsentiert, der nicht nur für zwei Testspektren gilt.

Mit Hilfe dieser beiden Fehlerangaben ist es nun möglich, eine Angabe über die Fehlerbreite der Tiefendosiskurven zu machen.

Die Schwankungsbreite der gemessenen Aktivitäten betrug maximal ± 5%, wobei jedoch die meisten Meßwerte mit wesentlich besserer Genauigkeit festgelegt werden konnten.

Systematische Fehler bei der Bestimmung der Aktivitäten, wie sie durch die unterschiedliche Empfindlichkeit der Meßapparate für Gammastrahlung verschiedener Energie oder durch generell zu große oder zu kleine Wirkungsquerschnitte oder durch Leistungsschwankungen der Neutronenquelle auftreten, brauchen hier wegen des in Kapitel B III beschriebenen Eichverfahrens nicht berücksichtigt zu werden, da sie das Ergebnis nicht beeinflussen konnten. Ein Problem wird allerdings durch die möglichen Fehler aufgeworfen, die hervorgerufen werden können durch Ungenauigkeiten im Verlauf einzelner Wirkungsquerschnitte. Das gilt nicht für den Fall, daß die Wirkungsquerschnittsfunktionen um einen nicht bekannten Faktor zu groß oder zu klein angegeben werden. Ein derartiger Fehler wird, wie erwähnt, durch das Eichverfahren eliminiert.

Es ist natürlich anzunehmen, daß gerade solche systematische

Fehler vorwiegend in den Angaben über die Wirkungsquerschnitte enthalten sind. Ausserdem zeigen die berechneten Spektren, daß beispielsweise im Bereich von 2-12 MeV nur ein geringer Bruchteil der Gesamtneutronenflußdichte festgestellt wird, so daß selbst eklatante Fehler in den Angaben über die Wirkungsquerschnitte zwischen 2 und 12 MeV nicht schwer ins Gewicht fallen, da auch innerhalb des Phantoms der wesentliche Anteil der Energieverteilung der Neutronen bei 14,5 MeV liegt. Lediglich unter 1 MeV registriert man ein deutliches Anwachsen der Flußdichte gestreuter Neutronen, die bei diesem Nachweisverfahren aber ausschließlich durch die Aktivierung des Indiums lokalisiert werden können. Der Wirkungsquerschnitt von Indium gilt als sehr gut bekannt, und er weist ein Maximum von einigen tausend barn im thermischen Energiebereich auf und ist bei 1 MeV schon auf 130 m*b* abgefallen.

Mit einer Fehlerbreite von ± 5% bei der Bestimmung der Aktivitäten und mit einer Reproduktionsgenauigkeit des linearen Näherungsverfahrens von ± 2,4% bzw. ± 6% kommt man zu einer Fehlerbreite von ± 7,4% im Falle der Kurve b und entsprechend zu ± 11% im Falle der Kurve a in Abb. (78). Mit diesen Fehlergrenzen überlagern sich die beiden Kurven und stellen somit den gleichen Sachverhalt dar.

Die angegebenen Fehlerbreiten repräsentieren die maximal möglichen Schwankungen, die nur dann auftreten, wenn alle Aktivitäten um 5% zu groß oder zu klein bestimmt wurden. Da es sich bei diesen 5% nicht um einen systematischen Fehler handelt, ist es wahrscheinlich, daß die Ungenauigkeiten sich weitgehend kompensieren. Der wirkliche Fehler liegt deshalb mit großer Wahrscheinlichkeit wesentlich unter dem oben angegebenen Maximum.

Mit der Ermittlung der Tiefendosiskurven in Abb. (78) ist das Problem der Dosisbestimmung innerhalb eines Phantoms weitgehend gelöst; denn es ist mit Hilfe der Aktivierungen gelungen, die Energieverteilung der Neutronen unter 12 MeV darzustellen. Es zeigte sich, daß auch innerhalb des Phantoms das Hauptinteresse der Abschwächung der 14 MeV-Neutronen gelten muß. Wie bereits angedeutet, zeigt sich auch an der Rückfront des Phantoms keine sehr ausgeprägte Erhöhung der Flußdichte zwischen 2 und 12 MeV. Allerdings verdient der Anteil von Neutronen mit Energien unter 1 MeV doch besondere Aufmerksamkeit; denn diese Neutronen wurden ja nur durch die Aktivierung des Indiums nachgewiesen.

Da das Intervall von 12 bis 16 MeV bereits mit Hilfe der Halbleiterdetektoren genauer untersucht wurde, soll abschliessend noch das zweite interessante Intervall von 0 bis 1 MeV näher diskutiert werden.

C Bestimmung der Flußdichte thermischer bis langsamer Neutronen durch Messungen mit einem Mikro-BF_3-Zählrohr.

Die Ermittlung der Flußdichte von Neutronen mit Energien von 0 bis 1 MeV kann prinzipiell nach mehreren Verfahren durchgeführt werden. Verlangt man jedoch, daß der Detektor von möglichst minimalem Volumen und ausserdem für schnelle Neutronen unempfindlich sei, so bleiben auch hier nur noch wenige Möglichkeiten übrig. Eine davon basiert auf der Messung mit einem sogenannten Mikro-BF_3-Zählrohr. Diese Bezeichnung ist jedoch insofern irreführend, als das Zählrohr noch durchaus makroskopische Dimensionen aufweist, wenn es auch im Vergleich zu den übrigen Zählrohren mit einem empfindlichen Volumen von nur 0,93 cm^3 sehr klein ist.

Das Zählrohr war vom Typ CG 19306 der Firma WOOD. Es wurde zusammen mit dem ladungsempfindlichen Vorverstärker C 458892 und dem Linearverstärker EFC 2.1 mit eingebautem Hochspannungsgenerator der Firma KIREM betrieben. Als digitales Zählgerät wurde der PHILIPS-Zähler PW 4035 benutzt.

Die Messungen wurden entsprechend Abb. (79) durchgeführt. Als Vergleichszähler diente der Long-Counter-Neutronen-Überwachungsmeßplatz, so daß bei allen Bestrahlungen eine konstante Neutronenfluenz beibehalten werden konnte; denn die einzelnen Bestrahlungen wurden immer bis zu einer vorgegebenen Long-Counter-Zählrate von 50 000 Impulsen fortgesetzt.

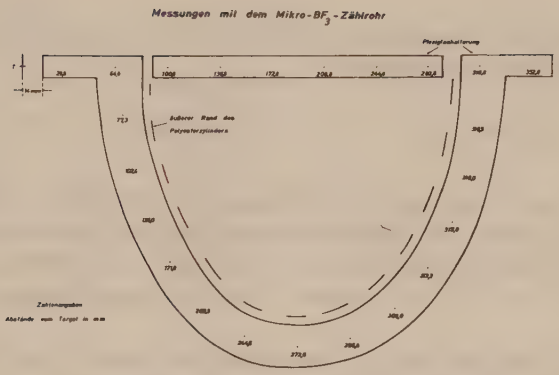


Abb. 79:

Darstellung der Meßpunkte auf der Plexiglashalterung, an denen die Messungen mit dem BF_3-Zählrohr ausgeführt wurden. Querschnitt durch die horizontale Targetebene.

Wie die Bezeichnung des Zählrohres schon besagt, handelt es sich um einen mit Bortrifluorid gefüllten Zähler. Mit dem Bor reagieren die Neutronen in einem $^{10}B\ (n,\alpha)^{7}Li$-Kernprozess. Allerdings sind es kaum schnelle Neutronen (14 MeV), die diese Reaktion auslösen, sondern vor allen Dingen thermische und epithermische, da der Wirkungsquerschnitt für den genannten Prozess im thermischen Bereich bei 4010 barn liegt, während er schon von 10 KeV an weniger als 6 barn beträgt.

Mit der Kenntnis des Wirkungsquerschnittes und des

Gasdruckes und -volumens läßt sich auch die Empfindlichkeit des Zählrohres berechnen:

$$\bar{E}_o = N_B \cdot \sigma_B \qquad (63)$$

Dabei ist N die Zahl der Boratome im empfindlichen Volumen und σ_B wieder der Wirkungsquerschnitt. Mit einem Druck von 600 Torr und einem Volumen von 0,99cm^3 errechnet man $N_B = 2{,}12 \cdot 10^{19}$ Bor-Atome im empfindlichen Volumen.

Somit bestimmt man die Empfindlichkeitskurve des Zählers durch Multiplikation des Wirkungsquerschnittes mit

$$N_B = 2{,}12 \cdot 10^{19} \qquad (64)$$

$$\bar{E}_o = 2{,}12 \cdot 10^{19} \cdot \sigma_B \qquad (65)$$

Abb.(80) zeigt die Empfindlichkeitskurve (a) des BF_3 - Zählers.

Trotz der dort gezeigten hohen Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors für thermische Neutronen und der weitgehenden Unempfindlichkeit gegenüber schnellen Neutronen kann man nicht ohne weiteres entscheiden, ob eine Zählrate von 1000 Impulsen je Minute bei einer am Zähler vorliegenden Neutronenflußdichte von 10^7 s $^{-1}$cm^{-2} oder 6.10^8 min^{-1} cm^{-2} schneller Neutronen und einer quantitativ nicht bekannten Flußdichte thermischer Neutronen auf den Anteil der schnellen oder der thermischen oder beider zusammen zurückzuführen ist.

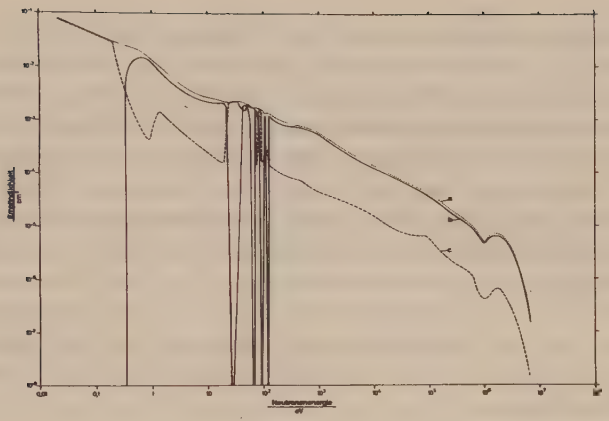


Abb. 80:
Empfindlichkeitkurven
a) für das unabgeschirmte BF_3-Zählrohr,
b) für das Zählrohr mit Cadmiumabschirmung,
c) für die Feststellung einer Differenz zwischen der Messung mit und ohne Abschirmung.

1000 Impulse je Minute könnten exakt ausgelöst werden durch eine Flußdichte von $10^7 cm^{-2} sec^{-1}$ mit einer Energie von 10 MeV.

Ebenso errechnet man 1000 Impulse je Minute für 200 Neutronen je cm^2 und sec mit thermischer Energie.

Diese Beispiele veranschaulichen das vorliegende Problem ganz deutlich und zeigen an, daß gewissermassen ein weiteres Filter eingebaut werden muß, ein Filter, das schnelle und

thermische Neutronen unterschiedlich passieren läßt.

Wenn es ein reelles Filter gäbe, das schnelle Neutronen besonders stark absorbierte, dann wäre das Problem durch Vorschalten eines solchen Filters vor das Zählrohr schnell gelöst. Man könnte dann die Flußdichte schneller Neutronen so weit herabfiltern bis der durch sie hervorgerufene Zählrateanteil vernachläßigbar wäre im Vergleich zu dem erwünschten Effekt.

Da solche Filter nicht existieren, muß man den ungekehrten Weg gehen; denn man kennt genügend Materialien, die vorwiegend thermische Neutronen absorbieren und schnelle weitgehend passieren lassen.

Einen besonders ausgeprägten Absorptionwirkungsquerschnitt für thermische Neutronen weist Cadmium auf.

Aus diesem Grunde wurde ein Cadmiumzylinder von 3,5 mm Wandstärke gegossen, in den das BF_3-Zählrohr eingeführt werden konnte.

Es sei W_A die Wahrscheinlichkeit für die Absorption eines Neutrons je cm^2 in der Cadmiumabschirmung und σ_c der Absorptionsquerschnitt des Cadmiums. Dann gilt:

$$W_A = N_c \cdot \sigma_c \qquad (66)$$

Für die Zahl der Atome N_c findet man mit m, der Masse des Cadmiums je cm^2, der Loschmidt'schen Konstanten N und dem Atomgewicht des Cadmiums A:

$$N_c = m \cdot N / A \qquad (67)$$

$$N_c = 0{,}35 \cdot 8{,}65 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} / 112{,}4 = 1{,}62 \cdot 10^{22} cm^{-2}$$

Mit dieser Festlegung ist also bereits eine Methodezur Messung monoenergetischer Neutronenspektren gegeben, ein Verfahren, das durch ein ausgezeichnetes Auflösungsvermögen und durch seine relativ große Empfindlichkeit praktisch allen anderen Spektrometern überlegen ist.

Die Güte des Auflösungsvermögens demonstriert die Abb.(10), die die Energieverteilung von Neutronen mit Energien zwischen 14 und 14,25 MeV nach Anwendung eines noch zu beschreibenden Korrekturverfahrens darstellt.

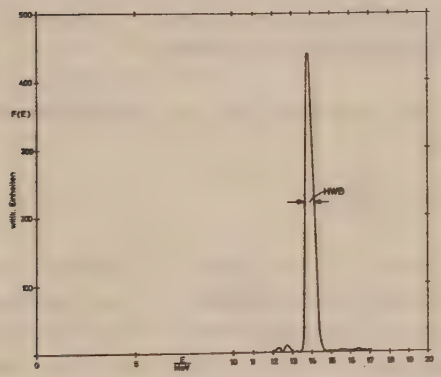


Abb. 10:
Korrigiertes Spektrum nach Bestrahlung unter 110^{o} zur Deuteronenstrahlrichtung.
Halbwertsbreite HWB = 0,48 MeV.

Das hohe Auflösungsvermögen wird wesentlich durch die Tatsache begründet, daß dieses Meßverfahren ohne Konverter arbeitet, da im Konverter immer ein vom Ort der Kernreaktion abhängiger Teil der Sekundärteilchenenergie verloren geht. Ausserdem spielen natürlich Randeffekte und Feldverzerrungen, die das Auflösungsvermögen der gasgefüllten Proportionalzählrohre beeinträchtigen, hier keine wesentliche Rolle, da die Reichweite der α-Teilchen selbst bei maximaler Energie nach einem durch 14-MeV-Neutronen ausgelösten Kernprozess nur bis zu 100 μm beträgt. Die Dicke der empfindlichen Schicht wurde ja schon mit 0,35mm angegeben.

Hinzu kommt, daß die Ladungsträgersammelzeit hier unabhängig vom Ort der Kernreaktion ist im Gegensatz zu entsprechenden Vorgängen im Gaszählrohr.

Die Sammelzeit der Ladungsträger ist annähernd gegeben durch die Formel

$$T = \frac{W^2}{\mu V} \qquad (1)$$

Dabei ist T die Zeit, W die Dicke der empfindlichen Zone, μ die Ladungsträgerbeweglichkeit und V die angelegte Spannung. Man erkennt, daß T unabhängig vom Ort der Ladungsträgerfreisetzung sein muß, da das elektrische Feld innerhalb des Kristalls weitgehend konstant ist. Ausserdem ist die Ladungsträgerbeweglichkeit für Elektronen und für "Löcher" von der gleichen Größenordnung, während sich die Wanderungsgeschwindigkeiten von Elektronen und Ionen im elektrischen Feld eines Zählrohres um einige Zehnerpotenzen unterscheiden.

eine Zählratendifferenz von 80 Impulsen je Minute nachgewiesen werden, da die Empfindlichkeit $\bar{E}_3$ für diese Neutronen immer unter $8 \cdot 10^{-7} cm^2$ liegt.

Im einzelnen wurden vier Messungen durchgeführt. Jeder Messung entsprechen dabei die 23 in Abb. (79) gezeigten Meßpunkte, und an jedem dieser Meßpunkte wurde mehrmals nacheinander gemessen.

Beim ersten Durchgang wurde das BF_3-Zählrohr ohne Abschirmung und ohne das Phantom aber an den in Abb. (79) gezeigten Positionen bestrahlt. Dann folgte ein Meßdurchgang in gleicher Weise, wie beschrieben, jedoch mit Phantom; anschließend wurden die beiden beschriebenen Versuche mit der Cadmiumabschirmung wiederholt.

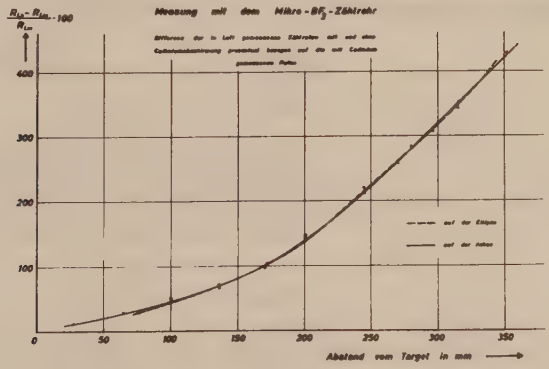


Abb. 81:
Lineare Auftragung der in Luft mit und ohne Cadmium-Abschirmung gemessenen Zählratendifferenz, prozentual bezogen auf die Messung mit der Abschirmung.

Abb. (81) zeigt die Differenz der in Luft mit und ohne Cadmiumabschirmung gemessenen Zählraten. Die Differenz wurde prozentual auf die mit der Cadmiumabschirmung registrierten Raten bezogen.

Man beobachtet das Ansteigen der Differenz, obwohl die Intensität des Feldes der primären Neutronen quadratisch mit dem Abstand vom Target abnimmt, wie die Aktivierungsversuche in Luft gezeigt haben (vergl. Abb. 30). In Abb. (30) beweist die mit der Entfernung vom Target quadratische Abnahme der Aktivitäten, daß keine meßbare Änderung der Energieverteilung der primären Neutronen eintritt. Lediglich die Aktivierung des Indiums deutet an, daß mit zunehmenden Abstand ein intensiveres Streufeld aufgebaut wird, das sich aber nur auf Neutronen mit Energien unter 1 MeV beziehen kann, denn die Aktivierung des Phosphors mit einer Schwelle von 1 MeV bleibt von dem am Indium festgestellten Effekt unbeeinflußt.

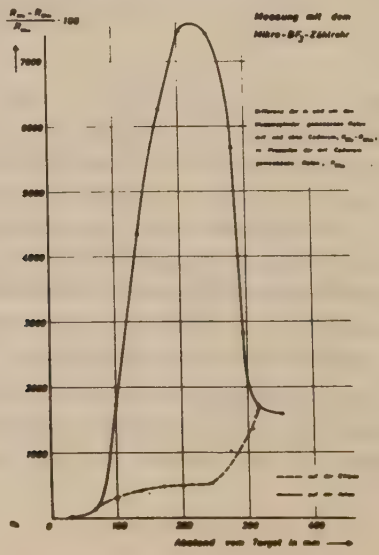


Abb. 82:
Relative Differenz der am Phantom gemessenen Zählraten.

In der Abbildung (82) ist die Abhängigkeit der gemessenen Zählratendifferenzen von der Entfernung vom Target in und an dem wassergefüllten Phantom demonstriert. Die Zählraten sind wieder in Prozenten der mit Cadmium gemessenen Impulshäufigkeiten ausgedrückt.

Die Darstellung zeigt ein Maximum der Differenzen 5,8 cm hinter der Phantomvorderfront. Die Kurve ist dem Verlauf der Aktivierung des Indiums in Abb. (28) sehr ähnlich. Auch in Abb. (28) liegt das Aktivierungsmaximum etwa 5,9cm hinter der Phantomvorderfront.

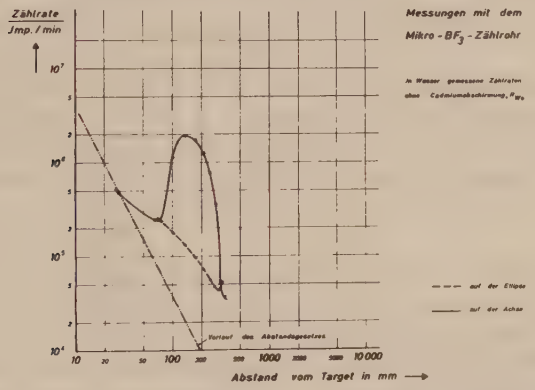


Abb. 83:
Doppelt logarithmische Auftragung der am Phantom ohne Cadmiumabschirmung gemessenen Zählraten.

Abb. (83) zeigt die im und am Phantom ohne Cadmiumabschirmung registrierten Zählraten und Abb. (84) veranschaulicht das Verhältnis der in Wasser festgestellten Differenzen zu den in Luft gemessenen.

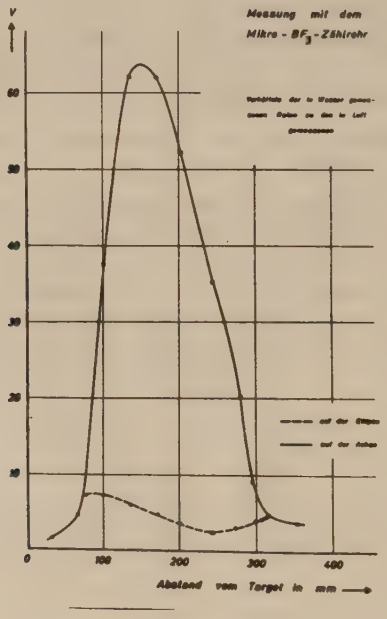


Abb. 84:
Verhältnis V der am Phantom registrierten Zählratendifferenzen zu den in Luft gemessenen.

Man erkennt, daß in Abb. (82) das Flußdichtemaximum in

einer Entfernung von 23cm vom Target auftritt, während es in Abb. (84) 15,5cm entfernt ist. Dieser Unterschied erklärt sich aus der Tatsache, daß schon ohne das Phantom gemäß Abb. (81) ein mit der Entfernung vom Target anwachsendes Feld gestreuter Neutronen auftritt. Demnach können die Darstellungen nicht mehr identisch ausfallen, jenachdem ob auf die Meßwerte in Luft bezogen wird, oder ob die direkten Zählratendifferenzen - wie in Abb. (82) - aufgetragen werden. Dieser Gesichtspunkt trat bei den bisherigen Meßmethoden mit dem Festkörperzähler oder mit den Aktivierungsdetektoren nicht auf, solange dort nur Neutronen über 1 MeV berücksichtigt wurden.

Aus diesem Grunde wurden auch die Tiefendosiskurven im Kapitel D IV, Abb. (78),nicht auf die Dosisleistungswerte in Luft bezogen, sondern die Meßwerte wurden mit dem Quadrat des Abstandes vom Target multipliziert, um die relative Tiefendosiskurve zu erhalten.

Die Aktivierungsversuche hatten bereits gezeigt, daß das Flußdichtemaximum gestreuter Neutronen unter 1 MeV liegen muß, da ausser Indium kein Detektormaterial einen Anstieg der Meßwerte bei Aktivierung in Luft erkennen ließ. Und auch nach Bestrahlung mit Phantom wurde entsprechend Abb. (26) nur beim Indium ein Maximum der Aktivitäten festgestellt.

Um die Frage nach der Qualität der hier registrierten

Neutronen zu beantworten, muß man zunächst einmal feststellen, wie hoch die Flußdichte der primären Neutronen an den einzelnen Meßpunkten höchstens gewesen sein kann.

Die Messungen wurden alle auf 50 000 Long - Counter - Impulse bezogen, das entspricht einer integralen Target-quellstärke von $2,7 \cdot 10^{12}$ Neutronen. Damit findet man folgende theoretischen Werte für die Fluenz F primärer Neutronen in den Bestrahlungspositionen 1 bis 8:

Tabelle (7):

$\frac{F}{cm^{-2}}$	$5,23.10^9$	$2,11.10^9$	$1,14.10^9$	$7,1.10^8$	$4,88.10^8$	$3,61.10^8$	$2,74.10^8$	$2,17.10^8$
D_L	$\prec 50000$	$\prec 33500$	$\prec 21500$	$\prec 15500$	$\prec 15500$	$\prec 15200$	$\prec 16000$	$\prec 16000$
D_L' (10)	$\prec 52$	$\prec 21$	$\prec 11$	$\prec 7$	$\prec 5$	$\prec 4$	$\prec 3$	$\prec 2$
$D_L(0,01)$	52300	21100	11400	7100	3880	3610	2740	2170
$\frac{F_w}{cm^{-2}}$	$5,23.10^9$	$2,10^9$	$9,4.10^8$	$4,6.10^8$	$2,51.10^8$	$1,41.10^8$	$7,9.10^7$	$4,3.10^7$
D_w	$1,24.10^5$	$1,4.10^5$	$1,05.10^6$	$1,89.10^6$	$1,72.10^6$	$1,25.10^6$	$7,8.10^5$	$3,4.10^5$
D_w' (14)	$\prec 52$	$\prec 20$	$\prec 9,4$	$\prec 4$	$\prec 2$	$\prec 1$	$\prec 1$	$\prec 1$

D_L'

Tabelle (7) Fortsetzung:

$\frac{F_D}{cm^{-2}}$	0	$1,1.10^8$	2.10^8	$2,5.10^8$	$3,16.10^8$	$2,36.10^8$	$1,92.10^8$	$1,74.10^8$
D_w' (0,01)	0	1100	2000	2300	3160	2360	1920	1790
D_w'(0,001)	0	5500	10000	11500	15500	11500	9500	8500
D_w'(100eV)	0	$1,1.10^5$	2.10^5	$2,5.10^5$	$3,16.10^5$	$2,36.10^5$	$1,92.10^5$	$1,74.10^5$

In Tabelle (7) ist in der ersten Zeile die Abnahme der Neutronenfluenz entsprechend dem theoretischen Abstandsgesetz für nicht streuende Medien eingetragen. Die Aktivierungen haben gezeigt, daß in Luft tatsächlich eine solche Feldverteilung vorliegt, wenn man nur Neutronen über 1 MeV betrachtet.

In der zweiten Zeile sind die Zählratendifferenzen D_L aufgeführt, die mit und ohne Cadmiumabschirmung mit dem BF_3-Zählrohr in Luft registriert wurden.

Die folgenden beiden Zeilen repräsentieren die theoretisch berechneten Werte für Zählratendifferenzen, die gemessen würden, wenn monoenergetische Neutronen von mehr als 10 MeV oder von 10 KeV mit den in der ersten Zeile angegebenen Flußdichten vorlägen. Die theoretischen Werte sind für Energien über 10 MeV mit D_1' (10) und für 10 KeV mit D_1' (0,01) bezeichnet.

Man stellt fest, daß Neutronen über 10 MeV praktisch nichts zu den Zählratendifferenzen D_1 beitragen könnten; bei 10 KeV jedoch wäre es denkbar, daß in Position 1 die gesamte Differenz D_1' durch diese Neutronen verursacht wäre, wenn alle primären Neutronen mit einer Energie von 10 KeV an den Meßpunkt 1 zurückgestreut worden wären, was praktisch nie realisiert werden kann. Ab Position 2 wird aber D_1' (0,01) zunehmend kleiner als D_1 sodaß man folgern muß, daß die gemessene Zählratendifferenz hauptsächlich durch Neutronen mit geringerer Energie als 10 KeV hervorgerufen wurde.

In Zeile 5 der Tabelle (7) sind die Werte der Fluenz F_w für Neutronen mit einer Energie von mehr als 13 MeV eingetragen, wie sie entsprechend den Messungen mit dem Siliziumhalbleiter im Phantom gewonnen wurden.

Mit D_w sind die Zählratendifferenzen bezeichnet, die im Phantom gemessen wurden, und unter der Bezeichnung D_w (14) sind die theoretischen, mit Hilfe der Empfindlichkeitskurve c in Abb. (80) berechneten Werte der Zählratendifferenzen eingetragen. Man übersieht sofort, daß die primären Neutronen auf die Entstehung der gemessenen Werte D_w praktisch keinen Einfluß hatten.

Um die Flußdichte der gesamten gestreuten Neutronen innerhalb des Phantoms abzuschätzen, wurde in der achten Zeile der Tabelle der Anteil primärer Neutronen F_w von der Fluenz der ungestörten 14-MeV-Neutronen F subtrahiert. Die Differenz $F-F_w = F_D$ gibt natürlich nur eine sehr grobe Vorstellung von der tatsächlichen Zahl gestreuter Neutronen; denn erstens kann in einem streuenden Medium die Gesamtneutronenflußdichte höher sein als die Flußdichte des ungestörten Feldes, weil eine Rückstreuung und eine Rückdiffusion moderierter und thermischer Neutronen in Betracht gezogen werden muß, zweitens werden durch die verschiedensten Kernprozesse ständig Neutronen absorbiert. Demgegenüber haben aber die Spektren, die durch die Aktivierungsversuche ermittelt werden konnten, gezeigt, daß in allen Fällen der wesentliche Anteil der Flußdichte doch immer durch die primären Neutronen bestimmt war; auf keinen Fall überstieg der Streuanteil zahlenmäßig die Flußdichte der primären Neutronen.

Mit D_w' (0,01) sind die Zahlenwerte bezeichnet, die sich für die in Wasser gemessenen Zählratendifferenzen ergeben hätten, wenn die mit F_d bezeichneten gestreuten Neutronen eine Energie von mindestens 10 KeV gehabt hätten.

Man sieht, daß die Werte D_w' (0,01) unter 1 % der wirklich gemessenen Zahlen blieben; sie würden sogar dann noch kleiner als 1 % von D_w sein, wenn die Flußdichte F_d, die ja auf einer Schätzung beruht, verdoppelt würde. Damit ist bewiesen, daß die gemessenen Zählraten - differenzen von Neutronen mit Energien unter 10 KeV hervorgerufen wurden. In der folgenden Zeile der Tabelle sind unter der Bezeichnung D_w' (0,001) die entsprechenden Werte für Neutronenenergien von mindestens 1 KeV angegeben. Man erkennt, daß auch diese Werte alle noch unter 3 % der echten Zählratendifferenzen liegen.

Schließlich findet man in der letzten Spalte die theoretischen Werte für Zählratendifferenzen, die sich unter Annahme der Flußdichte F_D gestreuter Neutronen mit einer Energie von mindestens 100 eV ergeben. Man stellt fest, daß auch die Mindestenergie von 100 eV noch nicht an allen Meßpunkten zu einer Zählratendifferenz führt, die der gemessenen ungefähr gleich ist. Vor allen Dingen erreicht der theoretische Wert D_w' (100 eV) in den Positionen 3, 4, 5 und 6 nicht einmal 20% des Meßwertes. Hier, im Bereich des Maximums gestreuter Neutronen (vergl. Abb. 76), muß also die hohe Zählratendifferenz weitgehend durch Neutronen mit Energien von mindestens 0,4 eV verursacht worden sein.

Diese Betrachtungen können natürlich kein exaktes Bild der vorliegenden Verhältnisse ergeben, aber sie zeigen doch in etwa, daß der gemessene Effekt durch Neutronen nahezu thermischer Energie mit-hervorgerufen worden sein muß.

So wurde durch die Messungen mit dem BF_3-Zählrohr der im vorhergehenden Kapitel beobachtete Effekt bestätigt, nämlich, daß die Wechselwirkung der schnellen Neutronen mit dem Wasser des Phantoms zum Aufbau eines Streufeldes von Neutronen mit Energien unter 1 MeV führt. Es hat sich gezeigt, daß auf jeden Fall etwa in der Mitte der vorderen Hälfte des Phantoms ein Intensitätsmaximum des Streufeldes auftritt,in dem thermische Neutronen vorkommen müssen.

Die in Abb. (85) auf der rechten Seite eingezeichnete Ordinate geht von einer hypothetischen mittleren Energie der hier nachgewiesenen Neutronen von 100 eV aus.

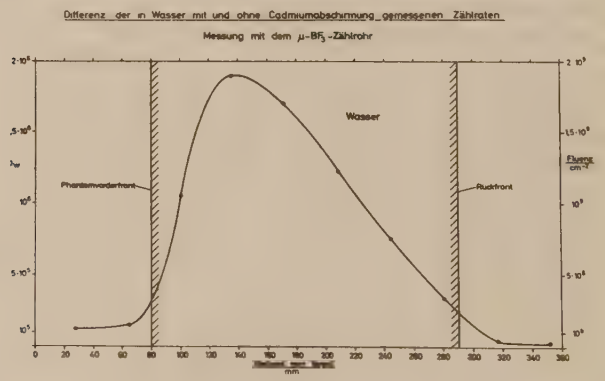


Abb. 85:
Lineare Auftragung der vor und hinter bzw. in dem Phantom festgestellten Differenzen zwischen den Messungen mit und ohne Cadmiumabschirmung

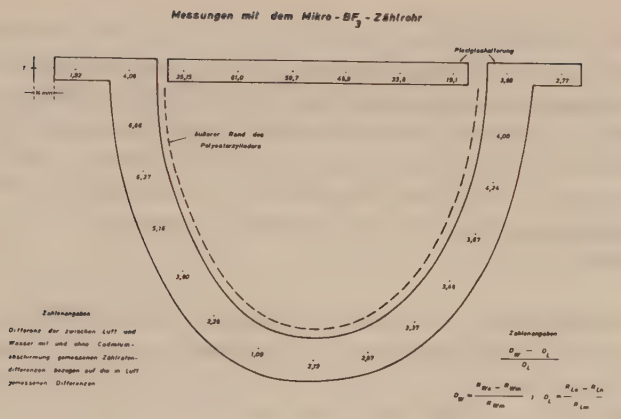


Abb. 86:
Relative Zählratendifferenz an den jeweiligen Meßpunkten. D_w, D_l : Differenz in Wasser bzw. Luft. R_{wo}, R_{wm} : Zählraten in Luft ohne bzw. mit Abschirmung des Zählrohres.

Die Feststellung von Neutronen mit einer Energie von unter 100 eV ist deshalb von besonderem Interesse, weil etwa von 80 eV abwärts die Einstoßdosis in Abhängigkeit von der Neutronenenergie nach einem Minimum bei 80 eV wieder ansteigt. Der Anstieg beruht darauf, daß in diesem Bereich bis hinab zur thermischen Energie die Einstoßdosis praktisch ausschließlich durch den $^{14}N(n,p)^{14}C$-Prozess bestimmt wird, bei dem ein 660-KeV-Proton freigesetzt wird.

Die Abschätzung der Fehler der vorliegenden Messungen mit dem BF_3-Zählrohr umfaßt wieder zwei Anteile: Wie bei den vorhergehenden Experimenten mit dem Halbleiterzähler und den Aktivierungsdetektoren wird auch hier wieder eine schlecht abzugrenzende systematische Ungenauigkeit durch die Angabe der Wirkungsquerschnitte hervorgerufen, die der Literatur entnommen werden mußte.

Demgegenüber läßt sich der eigentliche Meßfehler, der auf statistischen Häufigkeitsschwankungen der registrierten Kernprozesse und auf der zeitlichen Inkonstanz der Meßgeräte beruht, sehr gut bestimmen.

Wegen der großen Zahl von Bestrahlungspositionen innerhalb und ausserhalb des Phantoms wurden ausführliche Fehlerrechnungen zu den charakteristischen Zählraten und zu den Extremwerten der Meßergebnisse durchgeführt. An den Bestrahlungspositionen, auf deren Zählraten die Fehlerrechnung angewandt wurde, lagen immer 15 Meßwerte vor.

Die Bestimmung des Fehlers Δx, mit dem der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ der 15 Einzelmessungen x_k belastet ist, wurde entsprechend der bekannten Gleichung

$$\Delta x = \pm \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_k)^2}{n\,(n-1)}}$$

vorgenommen. Anschließend wurde dann der prozentuale Fehler $\frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100$ berechnet.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Fehler bei den Extremwerten der Zählraten und für eine im mittleren Bereich liegende Messung.

Mittlere Zählrate je 50 000 Long-Counter-Impulse	2214	21017	36780
Mittlere Fehlerbreite	± 17,3	±154,5	± 522
Prozentualer Fehler	±0,782	±0,735	± 1,42

Die Tabelle zeigt, daß der prozentuale Fehler selbst bei extremen Meßwerten keinen nennenswerten Einfluß auf das Resultat nehmen kann.

D Abschließende Diskussion der Ergebnisse.

Die Hauptaufgabe der vorliegenden Arbeit lag in der Bestimmung der Tiefendosis schneller Neutronen in einem Phantom, das in Größe und a-tomarer Struktur, zumindest hinsichtlich der Wechselwirkung mit 14-MeV-Neutronen, dem Torso des Standardmenschen entsprach.

Schon die Verwendung eines Phantoms, das in Anlehnung an die Maße des in der Praxis nicht existierenden Standardmenschen konstruiert worden war, und die Vereinfachungen, die durch die Anwendung von Wasser anstelle des morphologisch differenzierteren biologischen Materials in Kauf genommen wurden, reihen diese Arbeit in das Gebiet strahlenbiologischer Grundlagenforschung ein.

Entsprechend müssen auch die Bemühungen um die Schaffung neuer Wege zur Neutronenspektrometrie gesehen werden; denn die Bestimmung der Neutronenenergie-Verteilung dient der Dosisberechnung, und ihr muß infolgedessen eine entscheidende Bedeutung für alle dosimetrischen Studien zugebilligt werden. Das gilt ganz besonders auch im Hinblick auf die unterschiedliche biologische Wirksamkeit von Neutronen verschiedener Energie, die heute noch nicht in ausreichendem Maße geklärt ist, so daß die Verwendung der sogenannten "direkt anzeigenden Dosimeter" zur Zeit immer noch von dem Stand strahlenbiologischer Studien über die relative Wirksamkeit von Neutronen unterschiedlicher Energie abhängt.

Es war hier deshalb ein über die Berechnung der Tiefendosiskurve hinausgehendes Anliegen, die Änderung der Neutronenenergieverteilung so weit als möglich zu verfolgen.

Nur unter diesem Aspekt gewinnen die Messungen mit dem Siliziumhalbleiter und dem BF_3-Zählrohr an Bedeutung; denn beide Verfahren konnten nicht direkt zur Dosisbestimmung beitragen. Andererseits liefern die beiden genannten Meßmethoden jedoch gerade in den Energiebereichen sehr detaillierte Informationen, die die wesentlichen Faktoren auch bei der Dosisbestimmung darstellen.

Das hier demonstrierte neuartige Verfahren der Neutronenspektrometrie mit einem Siliziumoberflächensperrschichtdetektor führte in dem Energieintervall von 12 - 16 MeV zu so ausgezeichneten Ergebnissen, daß selbst der rechnerische Aufwand zur Entschlüsselung des gemessenen Spektrums in Abb. (5) durchaus in Kauf genommen werden kann, zumal heute praktisch überall eine elektronische Datenverarbeitungsanlage zur Verfügung steht. Wenn es in Zukunft gelingt, eine experimentelle Bestimmung aller interessierenden Wirkungsquerschnitte im gesamten zur Diskussion stehenden Energiebereich durchzuführen, dann wird der Siliziumfestkörperdetektor allen anderen neutronenspektrometrischen Verfahren überlegen sein. Das gilt ganz besonders im biologisch - medizinischen Bereich, wo praktisch immer Detektoren von minimalem Volumen und relativ großer Empfindlichkeit gefordert werden.

Für die anstehenden Studien ist die Feststellung des Verhaltens der Neutronen mit Energien von 13-15 MeV von ganz besonderem Interesse. Die Abb. (13) bis (18) zeigen sehr deutlich, daß gestreute Neutronen mit Energien von 12 bis 13,5 MeV praktisch nicht vorkommen.

Diese Erkenntnis führte im weiteren Verlauf der Untersuchungen zu einem gezielten mathematischen Ansatz bei der Auswertung der an 12 Aktivierungsdetektoren gemessenen Aktivitäten; denn der Abschnitt B, der sich mit den Möglichkeiten der Spektrometrie und Dosimetrie schneller Neutronen mit Hilfe von Aktivierungen befaßt, veranschaulicht sehr deutlich die Schwierigkeiten einer zuverlässigen mathematischen Auswertung der Meßergebnisse.

Es stellte sich nämlich heraus, daß von den drei hier entwickelten Näherungsmethoden der mathematischen Auswertung nur zwei zu vergleichbaren Ergebnissen führten, während der erste Näherungsansatz, der völlig unabhängig von dem speziellen Neutronenfeld formuliert worden war, nicht den Erfordernissen der ausreichend exakten Reproduktion gewisser Prüfspektren genügen konnte.

Erst die Nutzung der mit dem Siliziumhalbleiterkristall gewonnenen Resultate führte mit zwei weiteren Näherungsansätzen zu befriedigenden Ergebnissen. Wenn auch das Auflösungsvermögen der so berechneten Spektren nicht die Güte der mit dem Halbleiter ermittelten Verteilungen der primären Neutronen erreicht, so wurde doch mit diesem Verfahren die wichtige neue Erkenntnis gewonnen, daß ein Maximum gestreuter Neutronen bei Energien von 0 bis 1 MeV auftritt, während im Intervall von 2 bis 12 MeV

keine signifikante Erhöhung der Neutronenflußdichte zu beobachten war. Mit den Spektren, die auf Grund der Aktivierungen festgestellt werden konnten, war es möglich, Tiefendosisleistungswerte für jede Bestrahlungsposition zu errechnen.

Nach Korrektur der Dosisleistungskurve innerhalb des Phantoms bezüglich des Abstandes vom Target erhält man die relativen Dosisleistungswerte, die theoretisch dem homogenen Feld einer unendlich ausgedehnten Neutronenquelle entsprechen. Diese in Abb. (78) dargestellten Kurven zweier Näherungsansätze zeigen den interessanten Effekt, daß die Dosisleistung innerhalb des Phantoms ein Maximum aufweist, während sie etwa von der Front des elliptischen Zylinders an sehr schnell unter die entsprechenden Werte der vorderen Front des Phantoms abfällt.

Man erkennt an dem großen Einfluß des streuenden Mediums, daß eine Dosisberechnung - etwa bei Bestrahlung des Thorax eines Menschen - auf keinen Fall aus den in Luft zu messenden Werten abgeleitet werden kann, sondern daß vielmehr der Morphologie des biologischen Organismus in vollem Umfang Rechnung getragen werden muß (man denke etwa an die vergleichende Bestrahlung über Lunge und Leber, die mit ihren sehr verschiedenen Dichten völlig unterschiedliche Streufelder aufbauen müssen).

Die ausführliche Darstellung von Testspektren, mit denen die Reproduktionsfähigkeit der einzelnen Näherungsansätze geprüft wurde, hatte eine Verminderung der Darstellungsgenauigkeit mit abnehmender Energie angezeigt. Deshalb

schien es ratsam, das Flußdichtemaximum gestreuter Neutronen durch ein weiteres Meßverfahren zu untersuchen.

Die Messungen mit dem Miniatur-BF_3-Zählrohr beweisen den durch die Aktivierungen bereits erkannten Effekt; denn es zeigte sich ein sehr deutliches Maximum thermischer bis epithermischer Neutronen innerhalb des Phantoms.

Zusammenfassend muß man also feststellen, daß die drei Meßverfahren in ihrem jeweiligen Anwendungsbereich den gleichen Sachverhalt anzeigen. Durch das ergänzende Ineinandergreifen der demonstrierten Verfahren war es möglich, differenzierte Informationen über die Änderung der Energieverteilung und den Verlauf der Dosisleistung primär monoenergetischer Neutronen in einem Phantom von den Maßen des menschlichen Thorax zu erhalten.

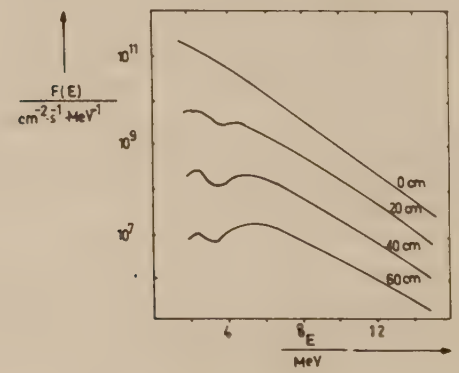


Abb. 87 Theoretische Berechnung des Feldes von Reaktorneutronen innerhalb eines Leichtwassermoderators

Es gibt zur Zeit keine Möglichkeit die Ergebnisse dieser Arbeit in vollem Umfang unmittelbar mit entsprechenden Untersuchungen aus der Literatur zu vergleichen.

Aus Abb. 2o kann man jedoch die mittlere freie Weglänge l für Neutronen mit Energien zwischen 13 und 16 MeV ablesen. Man findet dort für l den Wert 12 cm, der gut mit den entsprechenden Zahlenwerten aus der Literatur übereinstimmt. Die Zahlenangaben schwanken nämlich zwischen 1o und 13 cm.

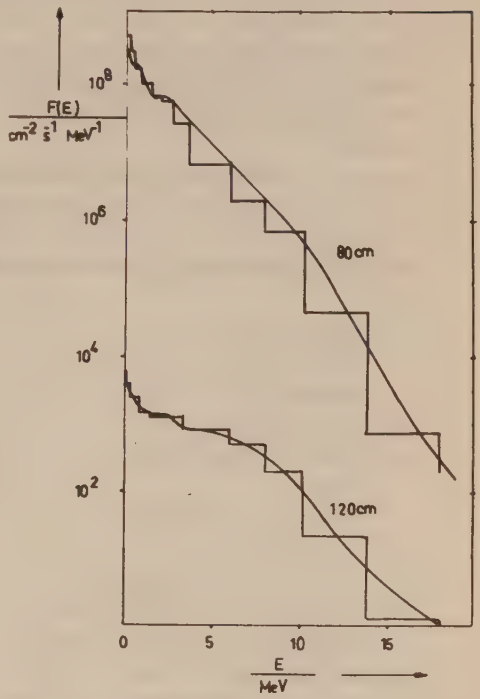
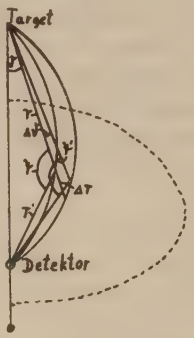


Abb.88 Theoretische Berechnungen der Energieverteilung von Reaktorneutronen im Wasser.

Die Abbildungen 87 und 88 zeigen Neutronenenergieverteilungen, die theoretisch für Reaktorneutronenfelder in Leichtwassermoderatoren nach verschiedenen Verfahren berechnet wurden.(L.Hjärne,M.Leimdörfer u.a.)Man erkennt, daß auch die theoretische Behandlung der Verteilung schneller Neutronen in Wasser nicht zur Feststellung eines Anwachsens des Streufeldes der Neutronen mit Energien über 1 MeV führt, so daß die zitierten Untersuchungen dem vorliegenden Ergebnis ebenfalls nicht widersprechen.

Die Meßergebnisse haben gezeigt, daß im Energieintervall zwischen 14 und 2 MeV keine meßbaren Anteile gestreuter Neutronen nachgewiesen werden konnten.
Dieser Sachverhalt erscheint auf den ersten Blick etwas überraschend. Er wird jedoch durch die theoretischen Berechnungen gestützt, die für Reaktorneutronenfelder verschiedentlich durchgeführt wurden.
Folgende Abschätzung kann jedoch das Verständnis der demonstrierten Ergebnisse etwas erleichtern:

Es gelten folgende Bezeichnungen:



Q Neutronenquellstärke
r Abstand des Streupunktes vom Target
r' Entfernung des Detektors vom Streupunkt
L Abstand des Detektors vom Target
l mittlere freie Weglänge für 14-MeV-Neutronen
l' mittlere freie Weglänge für Neutronen, die unter dem Winkel γ an Wasserstoffkernen gestreut wurden.
φ Winkel zwischen Deuteronenstrahlrichtung und Flugrichtung der 14-MeV-Neutronen.
Δr Verlängerung von r bis zum Schnittpunkt mit dem zweiten Kreis
$\Delta\varphi$ Öffnungswinkel des Strahles, in dem die Neutronen das Target verlassen.
A Querschnitt durch den Mittelpunkt des kugelförmigen Detektors.
γ Streuwinkel

Mit $\Delta\vartheta$ wurde die Differenz zwischen ϑ und ϑ' bezeichnet.

Der Abschätzung liegt folgendes Gedankenexperiment zu Grunde:
Es soll die Zahl der Neutronen abgeschätzt werden, die nach nur einem elastischen Stoß den Detektor erreichen.

Mit den obigen Bezeichnungen und Voraussetzungen errechnet man den Neutronenfluß je Winkelintervall

$$d\Phi = \frac{Q}{2} \sin\vartheta d\vartheta \cdot e^{-\frac{r}{l}}$$

im Abstand r vom Target innerhalb des Wasserzylinders. Der Detektor wird dann von einem Fluß $d\Phi$ -entsprechend der Skizze- getroffen:

$$\frac{d\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\vartheta}\right)}{d\vartheta} = \frac{Q}{2} \sin\vartheta \, d \; e^{-\frac{r}{l}} \frac{4r}{l'} \frac{A}{4\pi r'^2} e^{-\frac{r'}{l'}}$$

Unter Anwendung des Sinussatzes findet man folgende Relationen zwischen r, r' und ϑ:

$$r = \frac{L \sin(\vartheta + \vartheta')}{\sin\vartheta'}, \qquad r' = \frac{L \sin\vartheta}{\sin\vartheta'}$$

Zur Vereinfachung der Integration des differentiellen Flußes kann man ohne großen Fehler $e^{-\frac{r}{l}} \cdot e^{-\frac{r'}{l'}} = k_1$

zusammenfassen, wenn man ein mittleres $\bar{l} = \frac{l+l'}{2}$

für l und l' einsetzt, da der Nenner der Exponenten bei der Neutronenstreuung in dem skizzierten Areal konstant bleibt. Die Summe der Radien r und r' liegt zwischen

$$L \text{ und } 2L \frac{\sin\frac{180-\vartheta'}{2}}{\sin\vartheta'}$$

Es gelte ferner $K_2 = e^{-\frac{L}{l}}$

$$\Delta\psi = \psi - \psi'$$

$$\frac{d\left(\frac{\Delta\emptyset}{\Delta\psi}\right)}{d\vartheta} = \frac{Q}{2}\sin\vartheta\,\frac{\Delta r}{l}\,A\,\frac{k_1}{4\pi r'^2}$$

Nach dem Sinussatz gilt:

$$\frac{r+\Delta r}{L} = \frac{\sin(\vartheta+\psi')}{\sin\psi'}$$

So kann Δr und r' eliminiert werden:

$$\frac{d\left(\frac{\Delta\emptyset}{\Delta\psi}\right)}{d\vartheta} = \frac{\text{[illegible]}(\ldots\psi)^2}{2l\;4\pi L\sin\vartheta}\left(\frac{\sin(\vartheta+\psi')}{\sin\psi'} - \frac{\sin(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right)$$

$$a = \frac{Q\;A\;k_1}{2l\,4\pi L}$$

$$\frac{d\left(\frac{\Delta\emptyset}{\Delta\psi}\right)}{d\vartheta} = a\frac{\sin^2\psi}{\sin\vartheta}\left(\frac{\sin\vartheta\cos\psi' + \cos\vartheta\sin\psi'}{\sin\psi'} - \frac{\sin\vartheta\cos\psi + \cos\vartheta\sin\psi}{\sin\psi}\right)$$

$$= a\frac{\sin\psi}{\sin\psi'}\,\sin\Delta\psi$$

$$\frac{\Delta\emptyset}{\Delta\psi} = a\int_0^{180-\psi'}\frac{\sin\psi}{\sin\psi'}\,\sin\Delta\psi\;d\vartheta$$

$$= a\;\frac{\sin\psi}{\sin\psi'}\cdot\sin\Delta\psi\;\frac{2\pi(180-\psi')}{360}$$

Für den Fluß je Energieeinheit $\frac{\Delta \Phi_d}{\Delta E}$ der Neutronen, die das Detektorvolumen ohne vorherige Streuung durchdringen, findet man folgende Beziehung:

$$\frac{\Delta \Phi_d}{\Delta E_d} = \frac{QA\, k_2}{4\pi L^2}$$

Unter Anwendung des Energie- und Impulerhaltungssatzes berechnet man folgende Beziehung zwischen der Energie der an Wasserstoffkernen gestreuten Neutronen E, ihrer primären Energie E_o und dem Streuwinkel ϑ:

$$E = E_o \cos^2\vartheta$$

$E-E' = \Delta E$ ist die maximale Energiedifferenz der zwischen ϑ und ϑ' gestreuten Neutronen.

$$\frac{\Delta E}{E_o} = \cos^2\vartheta - \cos^2\vartheta' = -\sin\Delta\vartheta \sin(\vartheta+\vartheta')$$

$$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta E} = -\frac{1}{E_o \sin(\vartheta+\vartheta')}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\vartheta} \cdot \frac{\Delta\vartheta}{\Delta E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta E} = -\,a\,\frac{\sin\vartheta}{\sin\vartheta'}\,\sin\Delta\vartheta\, 2\pi\,\frac{180-\vartheta'}{360\, E_o\, \sin(\vartheta+\vartheta')}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Phi_d} = -\,\frac{\Delta E_a \cdot k_1 \cdot \sin\vartheta}{\Delta E k_2^2 \cdot 1 \sin\vartheta'}\,\sin\Delta\vartheta\, 2\pi\,\frac{180-\vartheta'}{360\, E_o\, \sin(\vartheta+\vartheta')}$$

Für die Streuwinkel $\vartheta = 16o^o$ bis $\vartheta' = 153^o$ findet man
E = 13,35 MeV, E' = 11,9 MeV, ΔE = 1,45 MeV, l'=1ocm,
$\bar{l}$ = 11 cm, $\bar{k}_1$ = o,1 (0,09 ≤ k_1 ≤ o,11) k_2=o,13

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Phi_d} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 24 \cdot 0{,}34 \cdot 0{,}12 \cdot 2\pi\ (180\text{-}153^0)}{0{,}45 \cdot 0{,}13 \cdot 24 \cdot 0{,}45 \cdot 360 \cdot 15 \cdot 0{,}73}$$

$$= 0{,}011$$

Es sei L = 24,5 cm, $\vartheta = 130^0$, $\vartheta' = 136^0$, l = 12 cm, l'=8cm
Dann errechnet man ein Energieintervall der gestreuten Neutronen von 6,15 bis 7,5 MeV. $\Delta E = 1{,}35$ MeV.
Für k_1 bzw. k_2 schätzt man mittlere Werte von $\bar{k}_1 = 0{,}09$ und $k_2 = 0{,}13$ ab. $(0{,}06 \leq \bar{k}_1 \leq 0{,}13)$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Phi_d} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}09 \cdot 24{,}4 \cdot 0{,}69 \cdot 0{,}1 \cdot 2\pi \cdot 50}{1{,}35 \cdot 0{,}13 \cdot 24 \cdot 0{,}74 \cdot 360 \cdot 15 \cdot 0{,}99}$$

$$= 0{,}0014$$

Für die Streuwinkel $\vartheta = 115^0$, $\vartheta' = 110^0$ findet man E =3,15 und E' = 2 MeV. l' = 4 cm, l = 8 cm ($\Delta E = 1{,}15$ MeV); dann ist $\bar{k}_1 = 0{,}03$ $(0{,}02 \leq k_1 \leq 0{,}04)$, $k_2 = 0{,}13$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Phi_d} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}03 \cdot 24{,}4 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}087 \cdot 2\pi \cdot 70}{1{,}15 \cdot 0{,}08 \cdot 24 \cdot 0{,}93 \cdot 360 \cdot 15 \cdot 0{,}07}$$

$$= 0{,}001$$

$\frac{\Delta\Phi\ (112^0)}{\Delta E} = \frac{0{,}1\%}{\text{MeV}}$, $\frac{\Delta\Phi\ (132^0)}{\Delta E} = \frac{0{,}14\%}{\text{MeV}}$ und $\frac{\Delta\Phi\ (157^0)}{\Delta E} = \frac{1{,}1\%}{\text{MeV}}$

des direkt auftreffenden Strahls.

Literaturverzeichnis

M. G.Marcazzan, F. Merzari und F. Tonolini:
Phys. Lett. 1 (1962) 21

G. Calvi, R. Potenza, R. Ricamo und D. Vinciguerra:
Nucl. Phys. 39 (1962) 621

R. Potenza, R. Ricamo und A. Rubbino:
Nucl. Phys. 41 (1963) 298 - 302

L. Colli, I. Iori, M.G. Marcazzan und M. Milazzo:
Nucl. Phys. 43 (1963) 529 - 536

L. Colli et al.:
Phys. Lett. 1 (1962) 120

T. Ericson:
Advances in Phys. 9 (1960) 415

T. Ericson:
Annals Phys. 23 (1963) 390

G. Andersson - Lindström:
Z. Naturf. 17a (1962) 238

G. Andersson - Lindström und E. Rössle:
Phys. Lett. 5 (1963) 71

G. Andersson - Lindström und B. Zausig:
Annalen d. Phys. 15 (1965) 287

B. Mainsbridge et al.:
Phys. Lett. 2 (1962) 84

M.E. Lee, M.L. Awcoock:
IAEA Vienna 1963

G. Dearnaley, A.B. Whitehead:
AERE Report R 3437

T.A. Love, R.B. Murray, J.J. Manning, H.A. Todd:
IAEA Vienna 1962

G. Dearnaley, D.C. Northrop:
"Semiconductor Counters for Nuclear Radiations"
Sec. Ed. 1966 E. u. F. Spon Limited, London

W. C. Parkinson und O. M. Blannik:
Rev. Sci Instr. 32 (1961) 1136
S. O'Hara und A.I. Bennett:
J. Appl.Phys. 35 (1964) 686
C. Cashman, J. Allen:
Nucl. Instr. and Methods 25 (1964) 237
W. L. Hansen, F. S. Goulding:
Nucl. Instr. and Methods 29 (1964) 345
G. Amsel:
Rev. Sci. Instr. 32 (1961) 1253
G. Dearnaley, A. B. Whitehead:
Nucl. Instr. and Methods 12 (1961) 305
C. W. Williams, H.W Schmitt, F. J. Walter, J.H.N. Neiler:
Nucl. Instr. and Methods 29 (1964) 205
H. Ullrich:
Phys. Lett. 12 (1964) 114
G. T. Ewan, A. J. Tavendale:
Can. J. Phys. 42 (1964) 2286
T. A. Love, R. B. Murray; I. R. E. Trans.
Nucl. Sci. NS-8 1 (1961) 91
G. Dearnaley, A. T. G. Perguson, G. C. Morrison:
I. R. E. Trans. Nucl. Sci. NS-9 3 (1962) 174
G. Dearnaley, A.T.G. Perguson:
Nucleonics 20 (1962) 84
R. Potenza, A. Rubbino:
Nucl. Instr. and Methods 26 (1964) 93
T. W. Bonmer, B. Mainsbridge, F. A. Rabson:
Bull. Amer. Phys. Soc. Ser. II, 6 (1961) 440
I. Heertje, L. Delvenne, W. Nagel, A. H. W. Aten:
Physica 30 (1964
R. N. Glorer, E. Weigold:
Nucl. Phys. 29 (1961) 309

J. Konijn, A. Lauber:
Nucl. Phys. 48 (1963) 191
E. B. Paul, R. L. Clarke:
Can. J. Phys. 31 (1953) 267
J. M. Ferguson, W. E. Thomson:
Phys. Rev. 118 (1960) 228
M. Farinella, M. Martini:
"Neutron Dosimetry, Symposium Harwell"
(IAEA 1963 Vienna) 1 221
R. J. Preestwood:
Phys. Rev. 98 (1955) 47
D. J. Hughes, R. B. Schwartz:
"Neutron Cross Sections", Brookhaven,
Nat. Lab. (B. N. L.) 325 2nd Ed. (1958)
H. C. Martin, R. F. Taschek:
Phys. Rev. 89 (1953) 1302
M. Bormann, E. Fretwurst u.a.:
Nucl. Phys. 63 (1965) 438
P. W. Lang:
Nucl. Phys. 26 (1961) 434
H. Lishien, A. Paulsen:
Report EMR. 119,e
J. P. Butler, D.C. Santry:
Canad. J. Phys. 41 (1963) 372
F. Gabbard, B. D. Kern:
Phys. Rev. 128 (1962) 1276
J. M. F. Jeronymo, G. S. Mani, J. Olkowsky, A. Sadhegi,
C. F. Williamson:
Nucl. Phys. 47 (1963) 157

L. Allen, W. Biggers, R. J. Prestwood, R. K. Smith:
Phys. Rev. 107 (1957) 1363

H. Vonach:
Symposium Physikertagung, Wien, 1961, 67

E. Weigold:
Aust. J. Phys. 13 (1960) 186

A. Paulsen, H. Liskien:
Nukleonik 7 (1965) 117

J. Lambérieux:
Symposium Harwell, IAEA Vienna 1963, Bd. II, 157

R. Dierek :
Symposium Harwell, IAEA Vienna 1963, Bd. I , 328

M. Mithe:
Tr. 57 - 3, M. S. Air Force Int. Techn. 1957

Dietrich:
EAES, Symposium at Ri so Dänemark 1960

J. Moteff, F. Beerer:
IAEA Vienna 1961, 383

L. Hjärne, M. Leimdörfer, Nucl.Sci. and Eng. 24,165,1966

Lebenslauf

Dieter P i r o t h
geb. 9.8.1937 in Altlay Krs. Zell

1958 Abitur am Städt. Realgymnasium in Koblenz.
Anschließend Studium der Physik an den
Universitäten Mainz, Bonn, Freiburg und
Marburg
1964 Diplom-Hauptprüfung in Marburg

Seit 1962 Zweiteinschreibung in der Medizinischen
Fakultät in Marburg

1967 Absolvierung der ärztlichen Vorprüfung

Dieter Piroth